AUTHOR:

LUQUET, G[EORGES] H[ENRI]

TITLE:

ESSAI D'UNE LOGIQUE SYSTEMATIQUE ET...

PLACE:

LILLE

DATE:

1913

Master Negative #

93-81162-5

COLUMBIA UNIVERSITY LIBRARIES
PRESERVATION DEPARTMENT

BIBLIOGRAPHIC MICROFORM TARGET

Original Material as Filmed - Existing Bibliographic Record

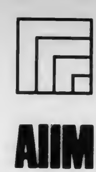
Luquet, G[eorges] H[enri] 1876-
Essai d'une logique systématique et simplifiée. Lille, Robbe, 1913.
3 p. l., viii, 192 p. 22½ cm.

Thesis (Ph. D.) Lille.

Restrictions on Use:

TECHNICAL MICROFORM DATA

FILM SIZE: 35 REDUCTION RATIO: 11x
IMAGE PLACEMENT: IA (IIA) IB IIB
DATE FILMED: 3-9-93 INITIALS Susan
FILMED BY: RESEARCH PUBLICATIONS, INC WOODBRIDGE, CT

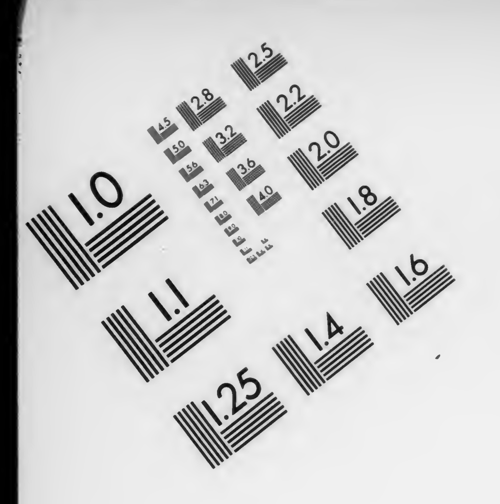


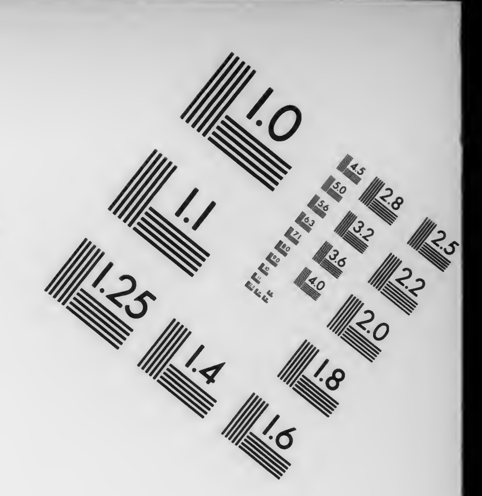
AIIM

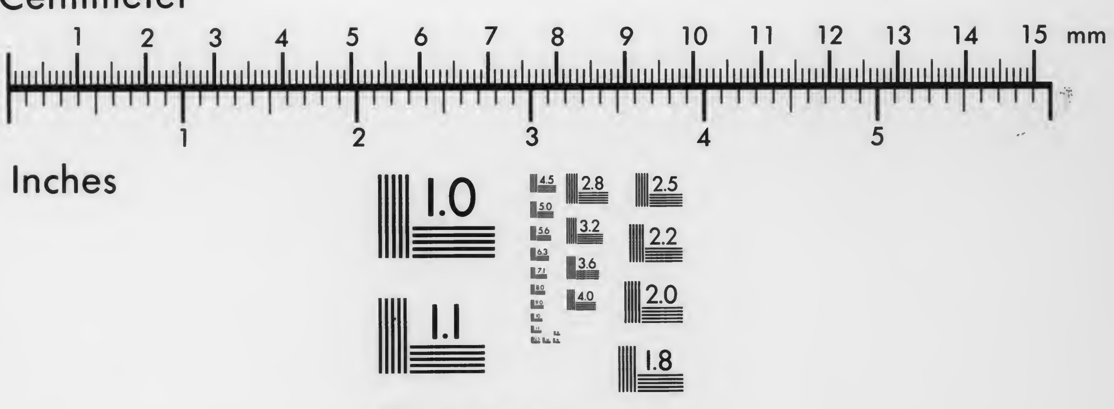
Association for Information and Image Management

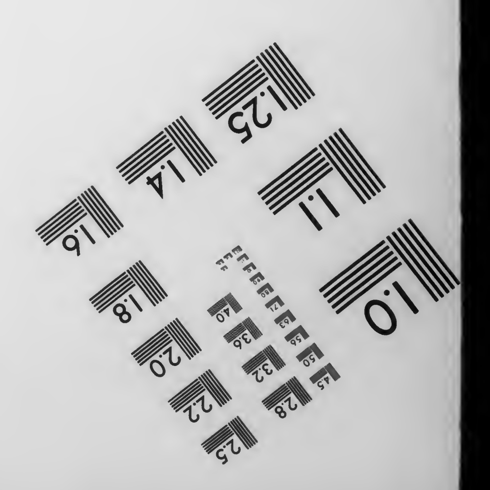
1100 Wayne Avenue, Suite 1100
Silver Spring, Maryland 20910

301/587-8202









ESSAI

D'UNE

LOGIQUE

SYSTÉMATIQUE ET SIMPLIFIÉE

Thèse pour le Doctorat
présentée à la Faculté des Lettres
de l'Université de Lille

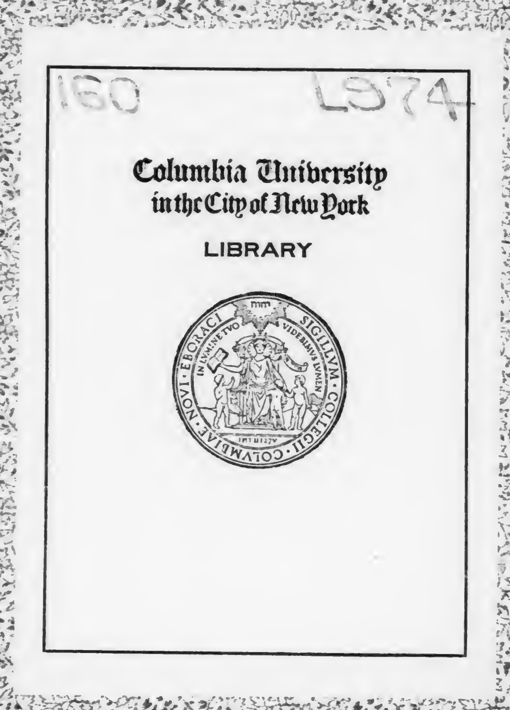
PAR

G. H. LUQUET

Ancien élève de l'École normale supérieure
Professeur agrégé de Philosophie au Lycée de Douai

LILLE
IMPRIMERIE-LIBRAIRIE CAMILLE ROBBE, ÉDITEUR
209, rue Léon-Gambetta, 209

1913


160 L974
Columbia University
in the City of New York
LIBRARY

ESSAI D'UNE LOGIQUE SYSTÉMATIQUE & SIMPLIFIÉE

DU MÊME AUTEUR :

Aristote et l'Université de Paris pendant le XIII[e] siècle (Bibliothèque de l'Ecole des Hautes Études. — Sciences religieuses). Paris, Leroux, 1904, 1 vol. in-8° . . . . 2 fr.

Idées générales de Psychologie. Paris, Félix Alcan, 1906, 1 vol. in-8° . . . . 5 fr.

Éléments de Logique formelle. Paris, Félix Alcan, 1909, 1 vol. in-8° 1,50

Les dessins d'un enfant. *Etude psychologique.* Paris, Félix Alcan, 1913, 1 vol. in-8°, illustré de plus de 600 reproductions 7,50

ESSAI

D'UNE

LOGIQUE

SYSTÉMATIQUE ET SIMPLIFIÉE

Thèse pour le Doctorat
présentée à la Faculté des Lettres
de l'Université de Lille

PAR

G. H. LUQUET

Ancien élève de l'École normale supérieure
Professeur agrégé de Philosophie au Lycée de Douai

LILLE
IMPRIMERIE-LIBRAIRIE CAMILLE ROBBE, ÉDITEUR
209, rue Léon-Gambetta, 209
—
1913

A

A. PENJON

Professeur de Philosophie a l'Université de Lille
Correspondant de l'Institut

Hommage de reconnaissance
et de respectueuse affection.

PRÉFACE

1. — La préoccupation qui a présidé à cette étude de la logique a été de chercher à en faire une discipline pratique, utilisable, qui serve réellement à quelque chose, qui ne soit pas considérée comme une fin en soi, mais comme un moyen, ou plus précisément qui soit en état de jouer le rôle d'instrument scientifique.

La logique, dans la plupart des ouvrages qui en présentent une étude d'ensemble, comprend deux parties simplement juxtaposées, sans qu'on en saisisse suffisamment le lien, à savoir la déduction et l'induction. La déduction, à laquelle se réduisait la logique scolastique, semble de nos jours fort délaissée, et non pas uniquement par le grand public : de toutes les parties du programme de la classe de philosophie, c'est peut-être celle à laquelle l'ensemble des professeurs s'intéressent le moins[1]. Ce discrédit a sans doute pour motif l'apparente stérilité et l'extrême complication de la logique formelle, et les travaux de logique symbolique ou d'algèbre logique ne semblent pas de nature à apporter à ce discrédit le remède approprié. Il nous semble pourtant facile de conférer à la logique déductive une portée pratique, une utilité scientifique.

La logique déductive est essentiellement un calcul, et l'on sait qu'avec les « Logisticiens » la logique contemporaine cherche à réunir en un corps de doctrine unique les mathématiques et la logique déductive. Or, un des plus notoires représentants de cette tendance, M. Whitehead, a mis en parfaite lumière en quoi, si ce calcul est abstrait en lui-même, il peut et doit se rattacher au concret, lui empruntant ses prémisses et le rejoignant dans ses conclusions[2]. Un calcul est un art (c'est-à-

1. — Cf. A. Binet, *L'évolution de l'enseignement philosophique*, in *Année psychologique*, 1908, p. 189.

2. — Whitehead, *A Treatise of Universal Algebra*, Cambridge, 1898, L. I. — Cf. L. Couturat, *L'Alg. univ. de M. Whitehead*, in *Rev. de Métaph.*, mai 1900, T. VII, pp. 324-328.

dire une sorte de formulaire ou de manuel opératoire, au sens du latin *ars*, qui se retrouve dans l'expression Art poétique) de manipuler certains symboles de manière que le résultat obtenu grâce à ces procédés mécaniques soit conforme au but qu'on se propose, ici que la conclusion résulte des prémisses. Mais les symboles ou schèmes qu'utilise ce calcul peuvent être conçus de deux manières différentes ; on peut y voir, soit des schèmes *conventionnels*, soit des schèmes *substitutifs*. Les premiers représentent non des êtres concrets, au moins possibles, mais de simples êtres de raison ; ils n'ont d'autre signification que celle qu'on leur a imposée arbitrairement ; ce sont, pourrait-on dire, des symboles qui ne symbolisent rien. Les opérations effectuées sur ces symboles sont, elles aussi, arbitraires, définies *a priori* et sans aucun souci de les faire correspondre à des opérations exécutables sur des objets réels. Un calcul ainsi compris n'est aux yeux de M. WHITEHEAD qu'un jeu frivole ; il ne mérite le nom de calcul que s'il acquiert une valeur scientifique, c'est-à-dire si les définitions assignées aux symboles peuvent s'appliquer à des objets, d'ailleurs inconnus, si les opérations effectuées sur les symboles peuvent s'effectuer sur ces objets, de sorte que le résultat des opérations effectuées sur les symboles puisse se transporter aux objets auxquels ils correspondent et dont ils sont les schèmes substitutifs. Le calcul en lui-même ne se soucie pas de la valeur substitutive des symboles ; il lui suffit de rester fidèle aux définitions qu'il en a posées et aux règles auxquelles il s'est astreint pour leur manipulation. Mais ces définitions et ces règles opératoires ne sont pas arbitraires, n'ont pas été édictées au hasard ; elles n'ont de raison d'être que si elles peuvent s'appliquer à des objets concrets, réels ou possibles, et en traduire les propriétés et les relations effectives.

La seconde partie de la logique, l'induction, qui s'y est introduite tardivement et d'abord timidement, y est aujourd'hui prépondérante, vraisemblablement parce que son utilité scientifique est plus évidente : si l'on applique au développement de la connaissance la formule positiviste : Ordre et progrès, elle répondrait à la seconde partie de cette formule, la déduction à la première. Mais si l'induction est plus riche de résultats, elle semble aussi plus aventureuse ; on la présente couramment, quand on cherche — encore n'apporte-t-on généralement à cette tâche qu'une application médiocre — à en dégager l'essence sous les procédés particuliers des différentes sciences spéciales, comme une intuition, une hypothèse plus ou moins vraisemblable qui ne se légitime guère que par le succès.

Ainsi utilité et rigueur semblent en logique deux qualités difficilement conciliables ; la première appartiendrait à l'induction, la seconde à la déduction. Nous nous sommes attaché à chercher s'il ne serait pas possible de conférer à la déduction plus d'utilité scientifique et de commodité pratique sans rien sacrifier de sa rigueur, à l'induction plus de rigueur sans lui faire perdre de sa fécondité. Nous nous proposons de simplifier la déduction en vue de la rendre plus aisément maniable, de rapprocher l'induction de la déduction en vue de lui en communiquer la force démonstrative. Pour accomplir cette tâche, force nous est d'engager le lecteur à notre suite dans des développements longs et ardus. Mais nous croyons qu'ici, comme nous espérons le montrer pour la syllogistique (19)[1], la complication est la condition préalable de la simplification, une étape désagréable qu'il faut franchir pour arriver au but, un peu à la façon dont DESCARTES disait qu'il faut avoir fait de la métaphysique une fois dans sa vie pour acquérir par là le droit de n'en plus faire. Nous espérons que ces fondations, qu'il deviendra légitime d'enterrer une fois leur solidité éprouvée, permettront d'édifier une construction commode, une logique adaptée à son usage scientifique et accessible à tout esprit cultivé.

1. — Les chiffres entre parenthèses renvoient aux *paragraphes*, et non aux pages, portant le même numéro.

TABLE

§§

PRÉFACE 1

CHAPITRE PREMIER

Rôle de la science.

Rôle de la science : prévision. — Analogie avec un formulaire 2
Qualités d'un formulaire (3). — Leur réalisation dans la science . . . 4
La science traduction intellectuelle du donné. 5
Rapport de la logique à la science ; jugement et raisonnement (6) ; différence entre le raisonnement et la consécution. 7

CHAPITRE II

La logique scolastique.

But : établissement d'un formulaire logique 8

- Recherche de
  - l'exhaustivité
    - en général 9
    - dans le syllogisme catégorique . . . 10
  - la simplification
    - en général 11
    - Equipollences
      - Définition et règles 12
      - Rôle . 13
      - Origine historique . 14
      - Justification logique 15
      - Signification . . . 16
      - Sens étendu . . . 17
    - Élimination des syllogismes faux. . 18

CHAPITRE III

Prolongement de la logique scolastique.

§§

Utilité de cette entreprise 19

- Prolongement dans le sens de
  - l'exhaustivité
    - Le jugement
      - Propositions d'action et de relation. 20
      - Quatre interprétations des propositions attributives 21
      - Propositions interrogatives . . . 22
      - Les particulières I' et O'. . . . 23
    - Le raisonnement
      - Les genres
        - Principe : ordre logique et ordre psychique des propositions . 24
        - Énumération des genres
          - Ier 25
          - IIe 26
          - IIIe. . . . 27
          - IVe. . . . 28
          - Ve 29
          - VIe. . . . 30
          - VIIe 31
      - Les espèces
        - Principe : ordre des prémisses. 32
        - Énumération des espèces rentrant dans les genres
          - Ve 33
          - VIIe 34
          - VIe. . . . 35
          - IIIe et IVe. . 36
      - Tableau d'ensemble 37
      - Caractère exhaustif de cette classification 38

§§

Prolongement dans le sens de la simplification (39)

- **Le jugement**
  - **Propositions attributives**
    - **Les quatre interprétations**
      - Processus de formation du jugement : analyse d'une représentation totale 40
      - La notion (en particulier la notion sujet) ; compréhension et contenu. 41
      - Quantité de la proposition 42
      - Équivalence logique des quatre interprétations 43
      - Supériorité de l'interprétation en connexion . 44
      - Formule de la proposition en connexion pour la
        - quantité . . 45
        - copule . . . 46
    - Quantité et modalité 47
    - Rapport des particulières aux universelles . . . 48
    - Jugements analytiques et synthétiques 49
    - Réduction des interrogatives aux particulières . . 50
    - Les propositions individuelles. 51
    - Réduction des propositions négatives
      - E à A, O à I. 52
      - I' et O' à Y. 53
  - Réduction aux propositions attributives des propositions
    - d'action. . . . 54
    - de relation. . . 55
  - Convenance des propositions attributives à l'expression des lois scientifiques
    - statiques 56
    - dynamiques (causalité) . 57
- **Les figures du syllogisme (58)**
  - Conceptions formaliste et raisonnée 59
  - Examen de la conception
    - formaliste (60)
      - Mutation . . . 61
      - Conversion . . . 62
      - Inutilité de la réduction à l'absurde 63
    - raisonnée (M. Lachelier) (64)
      - Preuves positives et preuves négatives. 65
      - Relations de fait et relations de droit. 66
  - Caractères de la figure unique 67
  - Règles opératoires (68). — Leur rapport à l'invention 69

CHAPITRE IV

Le raisonnement inductif.

§§

L'induction dans les sciences concrètes

- Opposition des raisonnements déductif et inductif
  - dans la conception courante
    - démonstration et hypothèse . 70
    - spécialisation et généralisation. 71
  - dans notre interprétation en connexion . . . 72
- Problème de l'induction : transformation d'une conclusion particulière en universelle 73
- Rôle de l'induction : dégager l'abstrait du concret (74). — Procédé en fait des sciences inductives : méthodes . . . .
  - des résidus . 75
  - des variations concomitantes. 76
  - de concordance et de différence. 77
- Construction du syllogisme inductif 78
- Points de vue matériel et formel dans les raisonnements inductif et déductif. 79
- Différence de rôle entre l'induction et la déduction. 80

L'induction en mathématiques. — Parallélisme entre les mathématiques et les sciences concrètes (81)

- Constatations et prévisions 82
- Déduction
  - directe : syllogisme et substitution d'équivalents. . 83
  - indirecte (réduction à l'absurde) 84
- Induction
  - Induction aristotélicienne 85
  - Induction tacite 86
  - Raisonnement par récurrence 87
  - Légitimation
    - de l'induction tacite 88
    - du raisonnement par récurrence . 89
  - Raisonnement par récurrence et méthode de concordance
    - Analogie . . . 90
    - Différence . . . 91
  - Induction tacite et méthode de différence 92
  - Méthode de différence et réduction à l'absurde . . 93
  - Valeur relative des trois sortes d'induction mathématique 94
- Analogie et différence des divers procédés inductifs 95
- Parenté foncière des méthodes dans les mathématiques et les sciences concrètes 96

CHAPITRE V

Les principes logiques.

		§§
Principes du raisonnement	inductif : conception de M. Lachelier	97
	inductif : conception néo-criticiste	98
	inductif : conception proposée : Nécessité de la reproduction de cas analogues	99
	inductif : conception proposée : Inutilité du principe de finalité	100
	inductif : conception proposée : Principe du raisonnement inductif	101
	inductif : conception proposée : Discussion de la critique du syllogisme par St. Mill	102
	déductif : formel : Principe du syllogisme	103
	déductif : formel : Principe d'identité	104
	déductif : formel : Principes de contradiction et du tiers-exclu	105
	déductif : formel : Équivalence de tous ces principes	106
	déductif : réel. — Principe unique du raisonnement	107
	déductif : Démonstration synthétique des principes de la déduction	108
Nécessité vitale de la conclusion du passé au présent et du présent au futur		109
Application à la vérité, à la connaissance et au raisonnement		110
Sens de l'*a priori*, en fonction de la connaissance et de l'action		111
Nécessité et universalité		112

CHAPITRE PREMIER

Rôle de la Science.

---

2. — Puisque c'est en vue de son utilisation scientifique que nous étudions la logique, nous devons commencer par rappeler le rôle de la science. Elle a pour office, comme l'a admirablement énoncé A. COMTE, d' « agrandir le domaine rationnel aux dépens de l'expérimental, en substituant la prévision des phénomènes à l'appréhension immédiate ». Nos connaissances, comme toutes nos pensées, sont des jugements, qui consistent à affirmer que certaines données de l'expérience possèdent certains caractères ou attributs. L'expérience se présente à nous comme un changement perpétuel où subsiste cependant une certaine stabilité, comme une combinaison de l'identité et du changement. Lorsque les données de l'expérience présentent pendant un temps plus ou moins long une certaine identité, on les appelle des objets ; lorsqu'elles varient au moment même où on les envisage et que l'on considère surtout leur changement, on les appelle des phénomènes : une pierre sera un objet, la chute de cette pierre un phénomène.

Les données de l'expérience, objets et phénomènes, ne sont peut-être pas rien que des sensations, mais pour nous elles sont avant tout des assemblages stables ou transitoires de sensations. Affirmer qu'un objet possède certaine propriété, c'est donc dire que les sensations correspondant à cette qualité sont liées en fait avec les sensations correspondant à cet objet, de sorte que lorsqu'on a celles-ci, on a ou du moins on peut avoir les autres. La vérité de cette assertion peut être prouvée par une constatation immédiate. Si ayant sous les yeux l'objet que j'appelle un bouchon, je veux savoir s'il est vrai qu'il a la pro-

priété d'être moins dense que l'eau, il me suffit de le placer dans l'eau ; mes sens m'apprendront qu'il surnage. Si, constatant qu'une barre de fer s'échauffe, je veux savoir s'il est vrai qu'elle s'allonge, il me suffit de la mesurer pour voir que le phénomène de la dilatation accompagne celui de l'échauffement.

La constatation immédiate est certaine (à moins que l'on ne pousse le scepticisme jusqu'à révoquer en doute d'une façon absolue le témoignage des sens, attitude exclue par le seul fait d'admettre la possibilité de la science) ; mais elle a l'inconvénient de ne pouvoir s'appliquer qu'au cas actuel sur lequel elle porte, et par suite de ne pas permettre la prévision. Si je veux savoir par constatation empirique ce que contient une boîte fermée, il faut que je commence par l'ouvrir ; par la prévision seulement je peux savoir ce qu'elle contient avant de l'ouvrir.

A quelles conditions la prévision est-elle possible ? Comment puis-je être assuré avant tout contrôle expérimental et sans crainte d'être déçu par ce contrôle que tel objet possède telle qualité ? Il faut que je sois assuré que la qualité en question est constamment présente là où se trouvent les qualités que j'ai constatées dans cet objet. Par suite, la prévision n'est possible que grâce à un raisonnement, elle est forcément une conclusion exigeant au moins deux prémisses, l'une qui énonce une constatation, à savoir que l'objet considéré possède certains caractères, l'autre qui affirme que tout objet possédant ces caractères possède forcément le caractère en question. Cette proposition qui énonce une liaison constante, universelle entre un caractère et certains autres dans tout objet où se présentent ceux-ci est ce qu'on appelle une loi. La prévision, caractéristique de la science, a donc pour conditions nécessaires les lois : connaissant les lois, il suffit pour être renseigné sur un cas spécial quelconque, de trouver la loi dans laquelle il rentre.

Les caractères entre lesquels les lois énoncent des relations constantes peuvent être, soit des qualités proprement dites, soit des phénomènes. La relation constante entre phénomènes est la causalité, ce mot désignant pour la science, non la production

du second phénomène par le premier, mais simplement l'apparition constante du second à la suite du premier, l'accompagnement inévitable du premier par le second dans l'expérience.

Dans une foule de cas, la relation causale ainsi définie est la seule que la science puisse atteindre ; mais, dans d'autres, elle peut prendre une forme plus précise et plus utile, à savoir celle des variations concomitantes. L'apparition et la disparition de la cause qu'accompagnent celles de l'effet peuvent se comparer à la naissance et à la mort, qui sont, comme le dit ARISTOTE, des espèces du mouvement ou changement. La production et la suppression de la cause sont les deux bouts d'une chaîne, les deux extrémités d'une série dont les variations de la cause sont les moments intermédiaires. Or, si c'est déjà quelque chose de savoir quels effets accompagnent l'apparition et la disparition de la cause, il y a évidemment progrès à connaître, quand c'est possible, quels effets accompagnent les variations de la cause. Par exemple, l'ingestion de telle dose d'un certain poison produit la mort ; mais l'ingestion d'une dose moindre du même poison peut produire un effet utile. Il y a donc intérêt à intercaler entre les deux extrémités production et suppression de la cause, qu'on peut symboliser par 1 et 0, une série de plus en plus nombreuse d'intermédiaires que symboliseraient des fractions. C'est précisément cette série que fournit la relation de variations concomitantes, qui indique quelle variation déterminée de l'effet correspond à une variation déterminée de la cause. Il y a là un progrès de connaissance comparable à celui qu'apportent aux mathématiques les fonctions et le calcul infinitésimal.

En résumé, la science a pour rôle de déterminer quelle variation d'un fait ou plus généralement d'un caractère appelé effet accompagne celle d'un autre appelé cause, ces variations pouvant être, soit brusques ou massives (causalité), soit graduelles (variations concomitantes). Par suite, la science est un recueil de prévisions relatives à des objets d'expérience possibles, prévisions théoriques et spéculatives qui ont d'ailleurs par leurs

conséquences pratiques un intérêt vital de la plus haute importance, conformément à la formule de COMTE : « Science d'où prévoyance, prévoyance d'où action ». La cause, étant l'antécédent constant de l'effet, est le moyen immanquable de sa production pour les cas éventuels où nous aurons besoin de le produire.

La science est donc un recueil, une collection de cas possibles avec l'analyse aussi approfondie que possible de leurs caractères, grâce auquel, toutes les fois qu'un cas réel (objet ou phénomène) manifestera certains caractères, nous serons assurés, avant tout examen empirique ou direct de ce cas, qu'il en possédera forcément certains autres. La science joue donc par rapport à l'ensemble de l'expérience le même rôle que les formulaires dans les domaines plus restreints de telle ou telle branche de l'activité humaine.

3. — Il est facile de voir que la science possède en fait et que le travail scientifique tend de plus en plus à lui donner les qualités requises d'un formulaire. Si en effet nous examinons dans l'abstrait ce que doit être un formulaire pour être adapté à son office, il est évident d'abord qu'il doit être complet, afin de fournir des formules applicables à tous les cas possibles. Il faut qu'aucun de ces cas ne soit absent de la liste fournie par le formulaire afin que, quel que soit celui qui se présentera, on soit sûr, en consultant son « rôlet », de trouver une formule qui le concerne.

Mais si c'est pour un formulaire une qualité d'être complet, cette qualité entraîne un inconvénient. La formule qui convient au cas actuel et qui seule nous intéresse se trouve perdue, noyée au milieu d'une foule d'autres qui pourront nous servir une autre fois, mais qui pour le moment sont non seulement inutiles, mais gênantes en tant qu'il faut chercher parmi elles celle dont nous avons besoin. L'économie d'effort exige donc que le formulaire, en même temps que complet, soit commode, maniable, et pour cela il faut que les formules qu'il contient y soient classées, de manière qu'on n'ait pas à chercher la formule utile

d'un bout à l'autre du manuel, mais dans une région restreinte et délimitée. C'est ainsi que quand nous voulons localiser un souvenir dans le temps, nous ne remontons pas du moment actuel au précédent, de celui-ci à l'avant-dernier et ainsi de suite, mais que nous commençons par découper dans notre vie passée un certain nombre de grandes tranches, dont nous laissons tomber toutes sauf une, à l'intérieur de laquelle nous cherchons la place du souvenir en question.

La systématisation, le classement des formules est donc une des conditions de l'utilisation commode du formulaire requise par l'économie d'effort. Mais un nouveau progrès sera réalisé si les formules d'un même groupe, distinguées par leur classement de celles qui forment d'autres groupes, sont, à l'intérieur de ce groupe même, non seulement juxtaposées, mais hiérarchisées ; si au lieu d'être simplement rapprochées, elles apparaissent comme des cas particuliers d'une formule générale unique. Si ce résultat peut être obtenu, le manuel deviendra non seulement commode et maniable, mais, si l'on peut dire, portatif. Aux multiples énoncés des formules d'un même groupe, on pourra substituer l'énoncé unique de la formule générale dont elles ne sont que des cas particuliers : le *Handbuch* sera devenu un *Taschenbuch*. Et le nombre des formules se trouvant ainsi considérablement réduit, il sera possible de les apprendre ; on pourra les posséder, non plus dans un livre, mais dans l'esprit et, comme le sage antique, les porter toutes avec soi.

4. — Telles étant les qualités que doit posséder un formulaire quelconque, il est aisé de voir que le travail scientifique vise à donner à la science ces qualités.

Il consiste en effet d'abord à chercher par les lois particulières des formules applicables à toutes les circonstances réelles ou même simplement possibles ; et, en même temps que la science tend, par des recherches divergeant dans tous les sens, à accroître à l'infini le nombre des lois particulières, elle procède déjà à une première simplification en substituant à la collection infinie et toujours inachevée des phénomènes singuliers la sim-

plicité de la loi qui embrasse *sub specie æternitatis* tous les phénomènes semblables passés, présents et futurs. C'est là ce qui distingue, au moins à titre provisoire, les sciences des faits susceptibles de se reproduire (sciences de la nature) des sciences des faits qui ne se reproduisent pas (sciences historiques). Puis, par un nouveau travail de systématisation, elle cherche (avec plus ou moins de succès) à réduire le nombre encore trop considérable des lois particulières en les condensant dans des lois de plus en plus générales, par exemple pour le monde matériel la loi de la gravitation universelle ou les principes de l'énergétique, pour le monde psychique les lois de l'association des idées. Le premier pas dans cette voie est fait par la substitution aux simples lois causales, toutes les fois qu'elle est possible, de lois de variations concomitantes, qui résument en une formule unique les innombrables lois spéciales correspondant à chaque valeur de la cause. Ainsi la loi de dilatation linéaire des métaux condense en une formule unique les lois relatives à des barres de telle longueur, de tel métal, pour telle élévation de température.

5. — Quelles que soient les relations (causalité ou variations concomitantes) dont la science étudie les variations, ce sont des relations entre faits ; la science a donc pour matériaux les faits. Mais les faits n'existent pas, le donné ne nous les présente pas « tout faits » ; il faut donc que la science, avant de les relier, commence par les créer. L'expérience brute en effet, telle qu'elle s'offre à n'importe quel esprit, celui du savant comme celui du vulgaire, n'est autre chose que la vie psychique de l'individu qu'on en considère comme le spectateur. Or, cette vie psychique se présente essentiellement comme une continuité à un double point de vue, en surface et en profondeur si l'on peut dire, c'est-à-dire qu'il est impossible de trouver une limite précise et fixe entre les objets ou les choses simultanés d'une part, entre les faits successifs de l'autre. La science a besoin de faits, puisque c'est sur des faits que nous agissons ; ces faits n'existent pas ; il faut donc que l'esprit humain les crée. Comment se fait cette création ?

La science aide la pratique, mais la pratique n'a pas attendu la science. Aussi la science n'a-t-elle pour créer les faits, premier moment de son travail, qu'à reprendre et à perfectionner l'opération que l'esprit humain a effectuée spontanément en présence du donné sur lequel l'homme avait besoin d'agir — sous peine de mort. La distinction de faits, ou, pour parler plus exactement, la création des faits, existe dans l'esprit le plus inculte. Elle n'en est pas pour cela plus immédiate ; elle est le résultat d'un double travail de décomposition du donné et de recombinaison des éléments ainsi dégagés que met en lumière l'analyse psychologique de la perception. Nous devons nous borner ici à en rappeler les traits essentiels.

La continuité entre deux moments successifs de l'expérience, c'est-à-dire entre deux états de conscience successifs, consiste en une fusion de l'identité et du changement donnés ensemble et non distingués. Le changement perçu et isolé par l'esprit devient un fait ou qualité sensible. Le fait, c'est ce qui change dans l'expérience pendant que tout le reste demeure ou semble demeurer identique. Avec les qualités sensibles ainsi isolées de la continuité du donné, l'esprit construit les choses : une chose est un ensemble de qualités sensibles qui se produisent, disparaissent ou varient en même temps. Ainsi c'est sur la causalité et les variations concomitantes que se fonde la désarticulation et la reconstruction qui transforment le donné en expérience vulgaire. La science ne diffère de ce travail spontané de l'esprit humain que par une précision plus grande. Elle délimite plus nettement les faits d'une part, leurs relations de l'autre, et elle substitue à l'idée grossière de choses celle de lois de simultanéité ou de succession régulières entre les faits. Elle est donc, comme déjà sous forme plus imparfaite la connaissance vulgaire, une reconstruction du donné ; elle en est une traduction intellectuelle, dans laquelle les deux caractères : traduction et intellectualisation, sont également indispensables. Supposons que nous recourions à un interprète pour nous expliquer le langage d'un étranger ; il faudra évidemment qu'il nous parle en français,

sans quoi nous ne le comprendrions pas lui-même et son intervention serait inutile; mais il faudra aussi qu'il rende en français le sens des paroles de l'étranger, sans quoi il ne nous servirait pas davantage. Prenons une autre comparaison, adaptée cette fois au côté non plus théorique, mais pratique de la science. Supposons qu'à un pauvre qui dit : J'ai faim, on réponde : Il y a des pays où l'on peut vivre sans manger. Le pauvre répondrait sans doute : Peut-être ; mais comme je ne puis y aller, je préférerais que vous me donniez de quoi manger ici. Cette réponse est précisément, en un sens, l'objection qu'adresse Aristote à la théorie des Idées de Platon. Car, bien qu'il insiste surtout sur le côté spéculatif de la science, sa critique consiste au fond à faire remarquer que la connaissance du monde des Idées, à supposer que nous puissions l'atteindre, ne nous servirait en rien pour celle du monde où nous vivons.

La science a donc pour rôle de construire un monde de représentations intellectuelles entretenant entre elles des rapports constants et par suite (en un sens purement positif ou empirique) nécessaires, qui soit pratiquement équivalent au monde des représentations sensibles ; elle consiste à créer dans notre esprit ce monde des Idées que Platon réalisait en soi, et par suite elle a bien le rôle que lui attribuait Aristote, avec cette différence qu'elle ne prétend plus à retrouver ce monde des genres qui pour Aristote existait au sein du monde sensible, sous-jacent à lui, mais à le construire, qu'elle a une destination, non spéculative, mais pratique, qu'elle ne contemple pas la vérité, mais la fait. Platon recherchait les *universalia ante rem*, Aristote les *universalia in re*, la science crée les *universalia post rem*.

6. — Tel étant le rôle de la science, de quelle utilité peut lui être la logique ? Les connaissances scientifiques, comme toute connaissance et d'une manière plus générale toute pensée, s'expriment mentalement par des jugements et verbalement par des propositions [1]. Mais, au point de vue du fondement

1. — Les mots *jugement* et *proposition* désignant la même réalité, à savoir

de leur valeur, il faut distinguer dans les jugements deux grandes classes, qu'on peut caractériser par les noms de jugements *intuitifs* et jugements *discursifs*, et qui correspondent à ce que Comte, dans la formule rappelée au début de ce chapitre, appelle le domaine expérimental et le domaine rationnel. Certains jugements reposent sur l'examen et l'analyse (soit réfléchie, soit spontanée) d'un état de conscience, ou encore, en nous plaçant au point de vue, non plus subjectif, mais objectif, d'une expérience dont cet état de conscience est la traduction mentale, perception, souvenir ou image (le poêle brûle, le lilas était fleuri il y a un mois, je serai content quand mon travail sera fini). On peut appeler les jugements de ce genre intuitifs en tant qu'ils sont de simples constatations, reposent sur l'intuition d'un état de conscience ou, en termes plus vagues, d'une réalité. Mais il y a d'autres jugements que l'esprit formule sans s'appuyer sur une intuition de ce genre, soit que cette intuition n'existe pas, soit que l'esprit, pour une raison ou pour une autre, ne veuille pas l'utiliser. Par exemple ce jugement : le poêle est allumé, reposera pour un aveugle, non sur la sensation visuelle des charbons ardents du foyer, mais sur la sensation thermique de la chaleur qu'il répand ; ou encore je puis dire : dans dix minutes je serai à la maison, car j'y retourne et il y a dix minutes de chemin. Dans tous les cas analogues, je m'appuie, pour formuler un jugement, sur quelque autre jugement ; le jugement que je formule ne se suffit pas à lui-même, il nécessite un processus de pensée (*discursus*) ; ce jugement peut donc être dit discursif. On appelle raisonnement le processus et conclusion son point d'aboutissement.

7. — Il importe de distinguer le raisonnement de la simple consécution. La prévision est indispensable à la vie. Aussi la forme la plus simple et la plus spontanée de la connaissance,

une assertion, avec cette seule différence que le mot jugement en énonce l'aspect purement mental et le mot proposition l'expression dans le langage, nous considérerons ces deux termes comme synonymes et emploierons indifféremment l'un ou l'autre.

celle qu'on a coutume d'opposer à la science sous le nom de connaissance vulgaire, ne s'en tient-elle pas à la simple constatation, aux jugements intuitifs; elle y surajoute sinon une prévision, du moins une attente : l'enfant qui lâche un verre s'attend à le voir tomber et même se briser. A son degré le plus bas, cette attente est fondée sur la consécution des idées. Ici comme dans la prévision scientifique, j'ai confiance qu'un certain objet qui possède certains caractères, c'est-à-dire qui me donne certaines sensations, possède certains autres caractères, c'est-à-dire me donnera certaines autres sensations si je me place dans les conditions convenables. Comme dans le raisonnement, on peut dire que l'esprit énonce un jugement (ou a une représentation ; car, le jugement n'étant qu'une synthèse d'éléments extraits par analyse d'une représentation antérieure [40], représentation et jugement sont deux opérations inséparables) *à cause* d'un autre jugement ; mais la cause n'est pas la même de part et d'autre ; elle est d'ordre simplement psychologique dans la consécution, d'ordre logique dans le raisonnement. Dans la consécution, il y a simplement succession de deux états de concience ; l'activité originale de l'esprit, son initiative n'est pour rien dans cette succession. Si par exemple, entendant sonner les cloches, je me représente les fidèles qui se rendent à l'église, je constate simplement que la sensation auditive a évoqué l'image visuelle. L'attente correspondant à la consécution est purement machinale, l'esprit ne se la justifie pas à lui-même ; si je suis psychologue, j'en expliquerai l'existence par le mécanisme de l'association des idées, mais cette explication du fait n'en légitimera pas la valeur. Dans le raisonnement au contraire, j'ai conscience, non seulement que les deux états de conscience (ici des jugements) se sont succédé dans mon esprit, mais que c'est lui qui a évoqué le second à cause du premier. Je considère la production du second après le premier et en un sens par lui, non comme un fait qui s'est produit en moi sans moi, mais comme un acte de ma propre initiative, initiative fondée sur une justification logique ou que, à tort ou à raison,

je crois telle, du second par le premier. Ainsi, dans son essence, en tant qu'il s'oppose à la simple consécution, le raisonnement consiste à légitimer un jugement en le rattachant à un autre jugement tenu pour vrai.

Ainsi, le jugement et le raisonnement sont les opérations indispensables à l'établissement et à la justification des connaissances. Le rôle de la logique est donc d'établir un formulaire grâce auquel on puisse manier les jugements et les raisonnements de manière, soit à donner des énoncés nouveaux de connaissances déjà possédées, soit à acquérir des connaissances nouvelles. On reconnait ici la distinction entre la déduction et l'induction. Nous examinerons successivement ces deux procédés. En ce qui concerne le premier, nous allons d'abord chercher en quelle manière la logique traditionnelle, telle qu'elle se manifeste dans la scolastique, est capable de remplir ce rôle de manuel opératoire de l'usage de la pensée, qui est à nos yeux le rôle de la logique ; nous serons par là amenés à nous demander s'il n'y aurait pas lieu, et comment, de perfectionner cette logique déductive traditionnelle.

CHAPITRE II

La Logique scolastique.

8. — Quel rôle ont assigné à la logique déductive et spécialement à la syllogistique qui en est la pièce essentielle les philosophes qui, depuis ARISTOTE et à travers toute la scolastique, l'ont cultivée et développée ? C'est là une recherche historique qui serait déplacée ici. Il est plus que vraisemblable que tous n'en ont pas eu la même conception [c'est ainsi que sur un point particulier, la doctrine des équipollences dont nous parlerons plus bas (12 sq.), on trouve trois conceptions différentes dont deux opposées], et qu'un petit nombre seulement en ont eu une conception nette et précise, que d'ailleurs ils ont généralement négligé de formuler expressément. Nous nous contenterons d'indiquer quelle nous semble être, à travers ces conceptions individuelles et imparfaites, la tendance de la syllogistique qui se dégage de son évolution. En d'autres termes, nous voudrions présenter une reconstruction plutôt logique que chronologique de l'évolution de la scolastique, plutôt dogmatique qu'historique au sens de ces mots chez A. COMTE [1], ce qu'on pourrait appeler la philosophie de l'histoire de la syllogistique ; nous aspirons à retrouver la *perennis quaedam logica* qui ne se révèle que plus ou moins imparfaitement dans la réalité historique.

La syllogistique nous semble être essentiellement un formulaire logique, un algorithme appliqué à cette sorte de calcul qualitatif qu'est le raisonnement déductif. Une syllogistique parfaite devra donc posséder les qualités nécessaires à un formulaire, qualités que nous avons résumées plus haut (3) en

1. — *Cours de philosophie positive*, 1re leçon.

disant qu'il doit être à la fois aussi complet, aussi systématique et aussi concis que possible. Nous allons chercher comment, d'une manière souvent plus ou moins inconsciente même chez les logiciens les plus intelligents, perdus eux-mêmes dans la foule des esprits médiocres, la syllogistique est parvenue à acquérir ces qualités au milieu des incohérences et des imperfections de toute sorte des tentatives individuelles des logiciens.

9. — Tout d'abord, la syllogistique a cherché à être complète et pour tout dire exhaustive. Pour ce faire, elle a recueilli, collectionné toutes les formes des raisonnements et de leurs éléments, les jugements, là où elle pouvait les trouver, à savoir dans le langage. De là la multiplicité des propositions et des syllogismes catégoriques, hypothétiques, disjonctifs, etc., dans lesquels la scolastique a rassemblé toutes les façons que lui présentait le langage d'énoncer un jugement et d'arriver à une conclusion. Elle a même cherché parfois à compliquer artificiellement les formes verbales usuelles, à la façon du « d'amour mourir » de MOLIÈRE, pour ajouter aux tournures verbales réelles les tournures verbales possibles ; c'est ce que fait la doctrine des équipollences entendue en un certain sens.

10. — Ce souci de la syllogistique d'être exhaustive se marque pleinement dans la partie de la logique scolastique relative au syllogisme catégorique. Dans la liste des différentes formes de raisonnements empruntées au langage, on n'était jamais sûr d'avoir réuni toutes les formes réelles, à plus forte raison possibles ; rien ne garantissait que tel énoncé verbal d'un raisonnement n'avait pas passé inaperçu ou ne pourrait pas se produire. Mais dans le cas du syllogisme catégorique on pouvait déterminer *a priori* d'une façon mécanique toutes les formes possibles de ce raisonnement.

Cette détermination *a priori* de toutes les formes possibles de syllogismes, concluants ou non, ébauchée d'une façon partielle pendant le moyen âge, a été tentée sous une forme plus systématique par LEIBNIZ qui, dans son *De arte combinatoria*,

reprend sur nouveaux frais le travail commencé par HOSPINIANUS. Adoptant à son égard la même attitude originale qu'il a prise envers celui-ci et suivant sa méthode générale plutôt que le détail de ses procédés, nous allons essayer de reconstruire en entier cet édifice logique.

Le raisonnement, si l'on ne tient pas compte provisoirement de sa valeur logique, de sa validité, se définit exclusivement un système de propositions. Les propositions qui le constituent peuvent être de nature très différente ; nous déterminerons tout à l'heure le nombre de toutes les sortes possibles de propositions catégoriques ; pour le moment nous nous bornons à le désigner par le symbole C. Les diverses dispositions possibles des C sortes possibles de propositions p à p constituent ce qu'on appelle en logique les *modes simples ;* le nombre nous en est donné par la formule mathématique des *arrangements.* Si l'on admet que dans ces arrangements, la même proposition peut être répétée plusieurs fois, il faudra employer la formule des arrangements avec répétition :

$$A_m^p \text{ (avec répétition)} = m^p \text{ ; ici : } M = C^p$$

(M = nombre des modes simples ; p = nombre des propositions employées dans le raisonnement).

Si l'on trouve qu'il est suffisant de tenir compte, dans la formule, de l'absurdité sans y introduire encore le radotage, on recourra à la formule des arrangements sans répétition :

$$A_m^p = \frac{m\,!}{(m-p)\,!}, \text{ qui devient dans le cas actuel } M = \frac{C\,!}{(C-p)\,!}$$

Mais nous n'avons encore que les *modes simples ;* pour passer aux raisonnements réels, c'est-à-dire aux *modes figurés*, il faut tenir compte de l'ordre des termes dans les propositions du raisonnement. Chaque proposition ayant deux termes, le nombre total des termes contenus dans le raisonnement sera $2p$. Le nombre de toutes les dispositions dans lesquelles on emploie tous les termes (au sens mathématique, qui se confond ici avec

le sens logique) en les disposant de toutes les façons possibles est donné par la formule mathématique des *permutations :*

$P_m = m\,!$, qui devient dans le cas actuel $R = (2p)\,!$

(R = nombre des raisonnements réels ou modes figurés) d'où, en remplaçant M par sa valeur, soit :

$$R = C^p\,[(2p)\,!], \text{ soit } R = \frac{C\,!}{(C-p)\,!}\,(2p)\,!$$

selon que l'on fait intervenir ou non dans la formule la répétition des même propositions, le radotage.

Reste à déterminer le nombre C des propositions possibles considérées isolément, en elles-mêmes, sans tenir compte de leur intervention possible dans un raisonnement. La proposition catégorique contient deux termes, le sujet et le prédicat, réunis par la copule. La copule a une qualité ; le sujet a une quantité ; le prédicat peut aussi en avoir une si, considérant la proposition en extension, on pratique la quantification du prédicat. Cela étant, le nombre de toutes les sortes possibles de propositions catégoriques est donné par la formule : $C = q \times Q_s \times Q_p$. ($q$ = nombre des qualités possibles ; Q_s = nombre des quantités possibles du sujet ; Q_p = du prédicat).

Voyons mantenant quelle valeur prennent ces symboles dans la logique classique. La qualité peut être de deux sortes (affirmative ou négative) ; la quantité de deux sortes aussi (universelle ou particulière)[1]. On a donc : $C = 2^3 = 8$.

Le syllogisme se compose de 3 propositions ; donc $p = 3$. On aura donc, en se reportant aux deux formules de R données ci-dessus, soit $R = 8^3 \times 6\,! = 368.640$

$$\text{soit } R. = \frac{8\,!}{(8-3)\,!}\,6\,! = 241.920.$$

On comprendra le nombre élevé auquel nous aboutissons en considérant que ces formules contiennent tous les syllogismes

1. — On distingue d'ordinaire trois quantités des propositions (universelles, particulières, singulières). Il y a là une confusion, très justement mise en lumière à diverses reprises par M. Goblot, entre deux choses très différentes, l'extension et la quantité.

possibles, y compris les syllogismes faux, auxquels la première ajoute encore les radotages. Il faut ajouter que ce nombre est encore infiniment inadéquat à la réalité, car les formules ne tiennent pas compte de la *nature* des termes, c'est-à-dire de l'idée qu'ils expriment, par exemple : Socrate, triangle rectangle, barre de fer chauffée au rouge, etc.

Un moyen de compliquer encore, au besoin artificiellement, les modes d'expression verbale d'un jugement donné est le procédé appelé *conversion* et assez connu pour qu'il nous suffise ici de le mentionner. Nous aurons d'ailleurs à y revenir (62).

11. — Par cette collection des diverses façons, soit spontanées, soit fabriquées artificiellement, d'exprimer verbalement un jugement identique pour le sens, se trouve réalisée, au moins dans une large mesure, la première qualité d'un formulaire logique : il est complet. Comment maintenant le réduire, faire rentrer dans le plus petit nombre possible de formules schématiques ce plus grand nombre possible d'expressions verbales différentes ?

Une première simplification a été obtenue par la réduction des propositions (et par suite des syllogismes) de toute sorte aux propositions (et aux syllogismes) catégoriques[1].

En ce qui concerne maintenant les propositions catégoriques, le nombre peut en être réduit de moitié grâce à ce qu'on appelle

1. — Pour abréger notre exposé, nous supposons connue la logique formelle traditionnelle. Nous en avons indiqué les grandes lignes dans nos *Eléments de logique formelle* (Paris, F. Alcan, 1909.) Nous y renvoyons une fois pour toutes, en nous bornant ici à signaler les paragraphes de l'étude actuelle pour lesquels ce recours pourrait être particulièrement utile, et en regard les paragraphes des *Eléments* où se trouvent les renseignements désirables :

§ 10 et 45. — Distinction entre l'extension et la quantité	§ 4 et 6
§ 11. — Réduction des propositions (et des syllogismes) hypothétiques à des catégoriques	20 et 44
§ 11. — Principe des conversions et quantification du prédicat	12 et 13
§ 13 et 16. — Les oppositions	22 et 23
§ 17. — La contraposition	24
§ 18. — Les figures et les modes figurés concluants	26 — 31
§ 47. — Modalité et propositions modales	15

assez improprement *principe des conversions* et qu'il serait plus juste d'appeler formule de la quantification du prédicat. Ce principe, contesté à tort selon nous par HAMILTON dans la théorie à laquelle on a réservé abusivement le nom de quantification du prédicat, permet de déterminer la quantité du prédicat d'après la qualité, le prédicat étant toujours particulier dans une proposition affirmative, universel dans une proposition négative. Ceci permet d'éliminer dans la formule donnant la valeur de C le facteur Q_p, et l'on a alors $C = 2 \times 2 = 4$, ce nombre 4 correspondant précisément aux quatre types traditionnels de propositions catégoriques (A, E, I, O). Les valeurs de R deviennent alors :

$$R = 4^3 \times 6\,! = 30.960$$

$$\text{et} \quad R = \frac{4\,!}{(4-3)\,!}\,6\,! = 2.880.$$

12. — Une nouvelle simplification peut être apportée au formulaire des propositions catégoriques en s'appuyant sur les *équipollences*. Nous insisterons avec quelque détail sur cette doctrine, d'un côté parce que nous y voyons une manifestation de la tendance inconsciente de la logique à simplifier son formulaire, de l'autre parce que, malgré son importance à ce point de vue, elle est tombée en désuétude, au point qu'on n'en trouve plus trace dans les exposés modernes de la logique formelle.

On appelle équipollentes des propositions ayant mêmes termes et même signification, mais exprimant cette signification commune par des tournures différentes[1]. L'équipollence ressemble

1. — *Enuntiationes aequipollentes sunt diversae enuntiationes, constantes eodem praedicato et subjecto, sed diversis signis idem significantes.* (Phil. du TRIEU, *Manuductio ad Logicam*, Lyon, 1641, p. 138). Le mot *signum* est plus précis que la traduction *tournure* que nous en donnons ; il signifie proprement tous les éléments verbaux ou mots de la proposition qui ne sont ni les termes ni la copule et qui servent à déterminer ces termes et cette copule ; le mot qui rendrait le mieux ce sens technique de *signum* serait peut-être le terme mathématique d'*indice* que nous emploierons désormais. Ainsi, dans la proposition : quelque homme n'est pas sobre, *Quelque* sera l'indice du sujet homme, *ne... pas* l'indice de la copule. — Le mot *signum* se trouve avec ce même sens dans ce passage de LEIBNIZ : *Quod termini vel finiti vel infiniti sint, non ad formam propositionis seu copulam aut signum pertinet, sed ad terminos.* (*De arte combinatoria*, GERHARDT, *Phil.*, t. IV, p. 56.)

donc à la conversion en ce qu'elle repose sur l'équivalence logique de deux propositions ayant mêmes termes ; elle en diffère en ce que, tandis que dans la conversion les termes sont intervertis, le sujet de la proposition primitive devenant prédicat de la converse et réciproquement, dans l'équipollence sujet et prédicat conservent leur place respective. Dans ces conditions, pour que les propositions équipollentes ne soient pas, en même temps qu'équivalentes pour le sens, identiques dans l'expression, il faut, puisqu'elles ont mêmes termes, qu'elles diffèrent par les éléments accessoires, les indices. Autrement dit, l'équipollence consiste à exprimer verbalement la quantité et la qualité d'une proposition par des expressions verbales différentes de la forme courante. Le procédé employé pour effectuer cette transformation de l'expression verbale est en fait l'emploi de la négation, comme l'indique le vers mnémonique qui résume les formules d'équipollence :

Præ contradic(toria), post contra(ria), præ postque subalter(na),

en termes plus clairs : on transforme une proposition en sa contradictoire en ajoutant la négation devant son sujet, en sa contraire en ajoutant la négation après son sujet, en sa subalterne en ajoutant la négation à la fois devant et après son sujet.

13. — Cette formule donne le moyen de passer d'une proposition donnée aux propositions opposées (contradictoire, contraire, subalterne). Mais là n'est pas l'essentiel de l'opération, bien que certains logiciens semblent l'avoir comprise de cette façon superficielle, et si elle se réduisait à cela, on ne comprendrait plus son nom d'équipollence. Quel est donc son rôle véritable ? Elle indique le moyen de passer d'une proposition aux propositions opposées par l'addition d'une ou deux négations. Mais on connaît encore un autre moyen de passer d'une proposition donnée aux propositions opposées : c'est celui qu'indiquent les règles des oppositions. On peut donc établir une équivalence

entre ces deux façons différentes de passer d'une proposition à sa contradictoire, ou à sa contraire, ou à sa subalterne, et l'équipollence consiste dans l'équivalence logique des deux propositions verbalement différentes obtenues par des procédés différents en partant d'une même proposition donnée, dont le seul rôle est de mettre en lumière l'équivalence des deux autres par l'identité du rapport de chacune avec elle.

Examinons successivement à ce point de vue les quatre types de propositions A, E, I, O. Dans cette exposition, nous conserverons les expressions latines employées par les scolastiques, car un certain nombre des formules d'équipollence n'auraient (provisoirement) pas de sens en français.

Soit la proposition A, dont la formule normale est : *Omnis* S *est* P. En tant que A a pour contradictoire O, on obtiendra une proposition équipollente à A en faisant précéder de la négation le sujet de O :

Omnis S *est* P = (O) **Non** *aliquis* S *non est* P.

(Nous symboliserons l'équipollence par le signe = suivi entre parenthèses du symbole de la proposition à laquelle on recourt pour établir l'équipollence).

En tant que A a pour contraire E, on obtiendra une proposition équipollente à A en faisant suivre de la négation le sujet de E :

Omnis S *est* P = (E) *Nullus* S **non** *est* P.

Enfin en tant que A a pour subalterne I, on obtiendra une proposition équipollente à A en faisant à la fois précéder et suivre de la négation le sujet de I :

Omnis S *est* P = (I) **Non** *aliquis* S **non** *est* P.

On obtient ainsi trois formules différentes (dont dans le cas actuel deux se confondent) équivalentes entre elles et équivalentes à l'expression normale de A. On arriverait à des résultats analogues en opérant sur E, I et O. L'ensemble des résultats est fourni par le tableau suivant :

Symbole	FORMULE normale	EQUIPOLLENCE PAR LA Contradictoire	EQUIPOLLENCE PAR LA Contraire	EQUIPOLLENCE PAR LA Subalterne
A	Omnis S est P	=(O) Non aliquis S non est P [se confond avec =(I)]	=(E) Nullus S non est P	=(I) Non aliquis S non est P [se confond avec =(O)]
E	Nullus S est P	=(I) Non aliquis S est P	=(A) Omnis S non est P	=(O) Non aliquis S non non est P [se ramène à =(I) par suppression de la double négation devant la copule].
I	Aliquis S est P	=(E) Non nullus S est P	=(O) Pas d'équipollence, les propositions I et O n'étant pas des contraires, mais des subcontraires.	=(A) Non omnis S non est P
O	Aliquis S non est P	=(A) Non omnis S est P	=(I)	=(E) Non nullus S non est P

14. — D'où est venue cette doctrine des équipollences ? Selon toute vraisemblance, elle a eu pour point de départ une réflexion sur l'usage de la langue latine. En effet, les formules d'équipollence donnent les équivalences pour A de *omnis* et *nullus non* et pour I de *aliquis* et *non nullus*, bien connues dans la latinité classique. En outre, on trouve fréquemment chez

Aristote pour la particulière négative O la formule οὐ πᾶς qui, traduite littéralement en latin selon l'usage constant des traductions médiévales, devient *non omnis*, d'où résulte l'équivalence logique de *aliquis non* et *non omnis*. Cette équivalence peut d'ailleurs s'obtenir directement sans recourir au grec. En effet, puisque *omnis = nullus non*, on aura, en préposant la négation aux deux expressions, *non omnis = non nullus non*. Mais, comme *non nullus = aliquis* on a *non nullus non = aliquis non*, d'où, puisque *nullus non = omnis*, *non omnis = aliquis non*.

Reste l'équivalence de *nullus* avec *non aliquis* et avec *omnis non*. Ici, nous en sommes réduits aux conjectures sur le procédé par lequel les scolastiques sont arrivés à l'établir. Peut-être l'ont-ils tirée d'une façon purement mécanique et artificielle des équivalences précédemment posées. En effet, postposant la négation aux deux membres de l'équivalence *nullus non = omnis*, il vient : *nullus non non = omnis non*, d'où par suppression de la double négation, *nullus = omnis non*. De même, par préposition de la négation aux deux membres de l'équivalence *non nullus = aliquis*, il vient : *non non nullus = non aliquis*, d'où, par suppression de la double négation, *nullus = non aliquis*. Peut-être aussi les règles générales d'équipollence ont-elles été établies par induction au sens moderne du mot. En effet, l'équivalence de *aliquis* et *non nullus* fournissait un exemple de la règle *præ contradictoria :* celle de *nullus non* et *omnis* un exemple de la règle *post contraria*. Les règles d'équipollence ne seraient alors que l'extension, la généralisation, légitimée uniquement par le succès, des équivalences fournies par la langue latine.

15. — Nous nous en sommes tenu jusqu'à présent à la lettre des formules d'équipollence. Mais si la logique doit être un formulaire, elle doit viser à être un formulaire raisonné, à nous donner sur ses préceptes, dépassant leur simple réussite empirique, ce que Spinoza[1] appelle la connaissance du 3e genre

1. — *De Intell. emend.*, édit. van Vloten et Land², t. I, pp. 8-9.

à propos d'un exemple emprunté aux mathématiques. Il peut suffire à un photographe amateur de savoir que pour développer un cliché, il obtiendra un révélateur en composant un bain suivant telle formule et le succès lui prouvera que ce bain était un révélateur ; mais le chimiste qui a trouvé la formule savait pourquoi un bain ainsi constitué ferait apparaître l'image latente. D'où vient donc que l'adjonction de la négation transforme une proposition en sa contradictoire quand elle est faite devant le sujet, en sa contraire quand elle est faite après[1] ? Car, que cette doctrine des équipollences ait eu pour certaines propositions son origine historique dans des habitudes de la langue latine, il n'en reste pas moins qu'on a pu, soit par induction, soit par des transformations très artificielles, c'est-à-dire dans les deux cas par un procédé qui ne se justifiait que par le succès, l'étendre aux autres propositions, et qu'elle vaut, non seulement pour le latin, mais aussi, si on l'entend convenablement, pour les autres langues. Et ne serait-ce pas en vertu d'une sorte de logique immanente au langage que se sont produites les expressions grecques et latines que nous avons rappelées ? Il faut donc, adoptant à l'égard des équipollences une attitude analogue à celle que prend M. Lachelier à l'égard des figures du syllogisme (59), dépasser le point de vue purement verbal ou grammatical qui s'en tient à la place topographique des mots dans la proposition pour se placer au point de vue vraiment logique, au point de vue du sens. A ce point de vue, que signifie placer la négation soit avant, soit après le sujet ?

Quel est tout d'abord le sens de la postposition de la négation ? Celle-ci ne porte pas sur le sujet, puisqu'elle est placée après lui, mais sur la copule, qu'elle précède ; de sorte que par exemple *Omnis S non est P*, équipollente à *Nullus S est P*, doit

1. — La transformation d'une proposition en sa subalterne par l'adjonction de la négation à la fois avant et après le sujet, selon la 3e règle des équipollences, n'est que la combinaison des deux premières, fondée sur cette considération que la subalterne d'une proposition peut être considérée comme la contraire de sa contradictoire ou la contradictoire de sa contraire, ainsi que le montre le tableau des oppositions.

s'écrire d'une façon précise : (*Omnis S*) (*non est*) *P*. En d'autres termes, il y a ici négation de la qualité de la proposition par substitution de la copule (*non est*) à *est* ou de la copule (*non non est*) = *est* à *non est*. Mais cette négation de la qualité de la copule (dans une proposition universelle) est précisément la définition de l'opposition des contraires, et ainsi se trouve justifiée la règle *post contraria*.

Quelle est maintenant la signification logique de la préposition de la négation, autrement dit à quoi se rapporte en réalité la négation placée devant le sujet ? Tout d'abord, elle ne porte sur aucun des deux éléments que la logique traditionnelle réunit sous le nom de sujet, à savoir par exemple dans *Aliquis S* le sujet proprement dit (S) et son indice (*signum*) (*aliquis*). Elle ne porte pas sur le sujet proprement dit, car à ce point de vue la négation de *Aliquis S* serait, non pas *Non aliquis S*, mais *Aliquis non-S*. Elle ne porte pas davantage sur l'indice du sujet, bien qu'elle le précède immédiatement. En effet, nous voyons que cette préposition de la négation ne vaut que pour *nullus* = *non aliquis* et pour *aliquis* = *non nullus*, car dans *omnis* = *non aliquis non* et *aliquis* = *non omnis non*, il y a non seulement préposition de la négation, mais en outre postposition, c'est-à-dire, comme nous venons de le voir, négation de la qualité de la copule. Sur quoi peut donc porter la négation ? Selon nous, c'est sur la proposition dans son ensemble ; par exemple la proposition *Non nullus S est P* doit d'une façon plus précise se formuler ainsi : *Non* (*nullus S est P*) ; en français : (*Nul S n'est P*) *est fausse*. Mais la négation d'une proposition en bloc, c'est précisément ce qu'on appelle l'opposition des contradictoires. Cette équipollence se confond donc avec l'inférence immédiate dite opposition des contradictoires, qui conclut de la vérité d'une proposition la fausseté de sa contradictoire ou réciproquement.

16. — On voit donc que, si l'on dégage le sens sous la lettre, les formules d'équipollences reviennent à dire que l'on obtient la contradictoire d'une proposition en niant cette proposition en bloc, ce qui est la définition même de la contradiction, et sa contraire en changeant la qualité de sa copule (pour les propositions universelles), ce qui est la définition de la contrariété. On s'explique par là l'oubli dans lequel est tombée la doctrine des équipollences. Il serait insuffisant de dire qu'elle a été négligée quand le latin eut cessé d'être la langue savante, car d'une part l'équipollence telle que nous venons d'en dégager le sens peut s'étendre aux autres langues, et d'autre part cette doctrine a commencé à être négligée dès la scolastique, alors que le latin continuait à être employé. Nous voyons donc dans cette désuétude une confirmation de notre opinion que nombre des auteurs qui maniaient et exposaient la syllogistique n'avaient qu'une intelligence très superficielle de son rôle véritable. Il leur semblait que tout ce que les équipollences contenaient de valeur proprement logique et si l'on peut dire de suc fût conservé dans l'inférence immédiate dite opposition, et que par suite elles ne fussent qu'une complication inutile. Mais c'est là selon nous une illusion, d'abord parce que ce ne sont pas les équipollences qui se démontrent par les oppositions telles qu'on les formule couramment, mais au contraire les oppositions par les équipollences : la doctrine des équipollences bien comprise est la justification logique des expressions par lesquelles le langage courant énonce les oppositions. D'autre part et surtout, ce qui importe pour la syllogistique considérée comme formulaire, c'est beaucoup moins l'équivalence logique des propositions équipollentes telle qu'elle résulte de l'opération une fois effectuée, que le procédé même et le principe de cette opération, à savoir l'idée que l'équipollence permet de considérer comme logiquement équivalentes des propositions différant par l'expression verbale.

En effet l'équipollence, établissant l'équivalence logique de l'énoncé courant d'une proposition et d'autres énoncés plus compliqués, permet de passer soit du premier aux seconds, soit de ceux-ci à celui-là, c'est-à-dire, selon l'usage qu'on en fera, soit d'augmenter, soit de réduire le nombre des façons d'exprimer

par des mots un même jugement. Ces deux rôles opposés ont été prêtés aux formules d'équipollence par des logiciens différents, et les deux conceptions sont également défendables, quoique d'ailleurs également insuffisantes. On peut être tenté de reprocher à la première de n'aboutir qu'à des complications verbales dénuées d'intérêt ; mais on ne peut jamais savoir *a priori* si une complication inutile en apparence ne servira pas à quelque chose : ne trouve-t-on pas parfois en algèbre avantage à multiplier les deux membres d'une équation par un même facteur, c'est-à-dire à substituer à la formule naturelle une formule plus compliquée, parce qu'elle se prête à des opérations ultérieures que la première ne permettait pas ?

En outre, il ne faut pas négliger, pour comprendre le travail de la logique scolastique, les circonstances dans lesquelles elle s'est développée. Or, on sait que l'un des procédés constants de la scolastique médiévale était la controverse (*disputatio*)[1], renouvelée de la dialectique socratique et platonicienne. La démonstration directe était dans une foule de cas impossible, d'une part parce que le peu de développement de la science empirique ne fournissait pas les arguments de fait décisifs, d'autre part et surtout parce que les questions métaphysiques et notamment théologiques qui tenaient le premier rang dans les préoccupations de ces penseurs étaient par nature soustraites à tout contrôle empirique. Dès lors le seul procédé applicable était la démonstration indirecte ; un philosophe pensait avoir démontré la vérité de sa thèse en établissant la fausseté de celle de son adversaire (emploi, souvent illégitime en fait, du raisonnement disjonctif). Mais pour réfuter la doctrine d'un adversaire, il fallait bien la prendre telle qu'elle se présentait, dans l'expression qu'il lui donnait, et par suite les complications verbales étaient souvent, non pas voulues, mais subies.

Quoi qu'il en soit, que les expressions équivalentes réunies dans les formules d'équipollence aient été empruntées à l'usage

1. — Cf. LUQUET, *Aristote et l'Université de Paris pendant le XIIIe siècle*, Paris, Leroux, 1904, p. 12.

de la langue des écoles ou qu'on y ait vu un procédé pour accroître artificiellement le nombre des expressions possibles d'un même jugement, la doctrine des équipollences donnait en un sens satisfaction au besoin d'exhaustivité où nous avons vu la première condition d'un formulaire logique. Mais en un autre sens complémentaire du premier, elle répondait également au souci opposé de concision, en tant qu'elle fournissait le moyen de réduire à un nombre restreint (les 4 types traditionnels A, E, I et O) les différentes expressions réelles ou possibles d'un même jugement catégorique.

17. — Si, au lieu de restreindre le sens du mot équipollences à l'emploi de la négation pour obtenir une formule différente de l'expression normale d'un jugement et équivalente pour le sens, on entend par là toute opération permettant d'obtenir des formules verbales équivalentes et par suite de réduire à une seule toutes les formules équivalentes, on peut considérer comme des cas particuliers de l'équipollence comprise dans ce sens large trois procédés employés en logique formelle. Le premier est l'*obversion* ou transformation d'une proposition normale en proposition *indéfinie :* il ressemble à l'équipollence au sens strict en ce qu'il recourt comme elle à l'emploi de la négation pour changer la qualité de la proposition ; mais au lieu de transporter cette négation de la copule sur l'indice du sujet ou réciproquement, il la transporte sur le prédicat qui devient ainsi un terme indéfini ou privatif. Exemple : Nul S n'est P = Tout S est non-P. — Le second est la *conversion* qui recourt à l'interversion des termes de la proposition. — Enfin, en combinant les deux procédés précédents, on obtient la *contraposition*, surtout employée pour la particulière négative qu'on ne saurait convertir autrement, mais qui peut également s'appliquer aux autres propositions. Par exemple, Tout S est P devient, par obversion : Nul S n'est non-P, d'où par conversion : Nul non-P n'est S.

De cette longue analyse, nous retiendrons que le procédé des équipollences, compris dans sa signification profonde et non

seulement dans ses résultats verbaux, et englobant, outre son domaine propre, qui correspondait aux oppositions, l'obversion, la conversion et la contraposition, est un moyen de réduire à une formule *plus simple* et *unique* des formules *multiples* et *plus compliquées*. Les équipollences permettent donc de restreindre considérablement le nombre des formules d'expression des propositions, et par suite des raisonnements qui sont des systèmes de propositions.

18. — Mais jusqu'à présent, le travail de simplification des formules logiques n'a porté que sur l'expression verbale des raisonnements, abstraction faite de leur valeur logique ; il a donc laissé subsister, à côté des syllogismes probants ou valides, les syllogismes faux ou non concluants. Il faut maintenant, de ces formules où se trouvent condensées toutes les formes possibles de syllogismes vrais ou faux, éliminer toutes les formes de syllogismes faux ; on sera sûr ainsi d'avoir toutes les formes possibles de syllogismes vrais. C'est à cette élimination des syllogismes faux *per rejectiones debitas* que servent les règles générales du syllogisme (spécialement les quatre dernières règles relatives aux propositions) et les règles spéciales aux figures. On aboutit de la sorte aux 19 modes concluants de la logique traditionnelle, répartis en 3 ou 4 figures.

CHAPITRE III

Prolongement de la logique scolastique.

19. — L'évolution d'ensemble de la syllogistique nous semble avoir été dirigée en droit, sinon absolument en fait, par deux forces antagonistes tendant, l'une à multiplier le plus possible les formes verbales par souci d'exhaustivité, l'autre à les réduire ensuite le plus possible par besoin de concision. Ces deux tendances sont l'une et l'autre conformes aux exigences d'un formulaire logique, de la syllogistique comprise comme une machine à raisonner, et nous ne pouvons que louer les logiciens d'y avoir obéi plus ou moins inconsciemment. Mais il nous semble qu'ils se sont arrêtés trop tôt dans cette double voie, faute peut-être d'en avoir aperçu assez nettement la direction et le but. Nous voudrions maintenant tenter d'aller plus loin dans le même sens, de tirer de nouvelles applications de ces principes justes, de transplanter dans des terrains nouveaux ces germes féconds.

Insistons sur ce point, car on pourrait être tenté de comparer à la conduite de Pénélope, sans l'excuse des mêmes motifs, ce travail qui consiste à compliquer exprès pour le plaisir de simplifier ensuite[1]. Ce n'est nullement la même chose d'avoir une formule unique parce qu'on ne connaît que celle-là, et, après avoir collectionné un grand nombre de formules, de n'en conserver qu'une parce qu'on a établi qu'elle est équivalente à

1. — « On croit enrichir la logique en mettant ainsi des opérations purement verbales sur la même ligne que les opérations réelles : on ne réussit qu'à persuader aux autres et à soi-même qu'elle n'est pas l'art de raisonner sérieusement, mais celui de combiner des signes et de jouer avec des formules. » (LACHELIER, *Etudes sur le syllogisme*, p. 17.)

toutes les autres. Pour recourir à une comparaison, ce n'est pas la même chose pour un mécanicien ou un bicycliste d'avoir une seule clé adaptée à un seul écrou, et d'avoir une clé anglaise qui, en tournant une molette, s'adapte à une foule d'écrous différents, et qui ressemble par là à ce couteau delphique dont parle ARISTOTE[1], d'ailleurs sur un ton dédaigneux qui nous semble injustifié. Les deux opérations de complication et de réduction sont insuffisantes chacune prise à part, mais se complètent mutuellement, permettant par leur collaboration d'arriver à un formulaire à la fois complet (par la complication) et concis (par la réduction). Le premier travail n'est que l'application du précepte de DESCARTES, de faire partout des dénombrements si entiers et des revues si générales qu'on soit assuré de ne rien omettre. La légitimité de cette double tâche étant ainsi établie, il nous reste à l'accomplir.

20. — Il y aurait lieu, tout d'abord, d'augmenter notablement le nombre des types de propositions, car le jugement se présente en fait, non seulement dans le langage, mais encore dans l'intimité de l'esprit, sous maintes formes différentes du schème S est P. Pour ne parler que des jugements catégoriques, Voici mon couteau, Le chien aboie, Je vais à Lille, Pierre est fils de Paul, sont des jugements aussi réels que Socrate est mortel. On peut ramener les jugements autres que ceux qu'expriment les propositions attributives à deux grandes classes : ceux qui énoncent une *action* du sujet (l'écolier apprend sa leçon) et ceux qui énoncent une *relation* du sujet à un autre être (Paris est plus grand que Versailles).

21. — Pour les propositions attributives elles-mêmes, la scolastique en donnait deux interprétations, en extension et en compréhension, avec une prédilection marquée pour la première, qui s'expliquerait sans doute par des tendances métaphysiques correspondant à ce qu'on appelle le réalisme dans le problème des universaux. Il importe, croyons-nous, de mettre en lumière

1. — *Politique*, I, 1252 b 1.

deux autres interprétations qui, bien que moins nettement aperçues, sont tout aussi possibles et même réelles que les deux précédentes.

Dans l'interprétation en extension, les termes de la proposition désignent des groupes d'individus ou classes, et la relation entre ces termes, symbolisée par la copule *est*, est une relation d'inclusion, totale ou partielle, selon que la proposition est universelle ou particulière, de la classe sujet dans la classe prédicat. Tout homme est mortel signifie que la classe tout entière des hommes est contenue dans la classe des mortels ; quelque animal est mammifère, qu'une partie de la classe des animaux est contenue dans la classe des mammifères.

Dans l'interprétation en compréhension, les termes de la proposition représentent des notions ou idées, et la copule exprime que la notion prédicat est un élément implicitement contenu dans la notion sujet. Socrate est homme veut dire qu'en analysant la notion Socratité on y trouvera la notion mortalité. En ce sens, on peut dire que la copule représente une inclusion, comme dans l'interprétation en extension, mais avec cette différence qu'ici c'est le prédicat qui est contenu dans le sujet, et non, comme dans l'interprétation en extension, le sujet dans le prédicat.

Dans l'interprétation en inhérence, la proposition énonce qu'un individu (ou un groupe d'individus) qui constitue le sujet possède telle qualité exprimée par le prédicat. C'est à ce point de vue que semble s'être placé ARISTOTE, comme le prouvent ses formules : P (le prédicat) s'affirme (κατηγορεῖται) de S (le sujet), ou P appartient (ὑπάρχει) à S; et l'on s'expliquerait par là que M. LACHELIER, dont l'un des buts semble avoir été de remonter à ARISTOTE à travers la scolastique, l'ait adopté également[1]. On voit sans peine que cette interprétation est en quelque sorte une combinaison des deux précédentes : le sujet y désigne un groupe d'individus, correspondant à la classe que

1. — Il donne aux propositions attributives le nom de propositions d'inhérence.

représente le sujet dans l'interprétation en extension, et le prédicat une qualité ou un caractère, c'est-à-dire au fond une notion analogue à la notion prédicat de l'interprétation en compréhension. C'est sans doute cette hétérogénéité des termes, le sujet représentant un ou plusieurs êtres concrets et le prédicat une propriété abstraite, qui a incliné les logiciens à chercher des interprétations plus homogènes, où les termes représentent tous deux, soit des êtres (extension), soit des caractères (compréhension).

Non moins psychologiquement réelle que les précédentes est une quatrième interprétation de la proposition qui, bien qu'entrevue sporadiquement par certains auteurs, n'a pas reçu de nom technique et pour laquelle nous proposons celui d'interprétation en connexion. Elle se rapproche de l'interprétation en compréhension en ce qu'elle voit comme elle dans le sujet et le prédicat des notions abstraites. Mais dans l'interprétation en compréhension, on parle d'inclusion de la notion prédicat dans la notion sujet ; on considère donc le jugement comme analytique et le sujet comme renfermant implicitement dans sa compréhension la notion prédicat. Dans l'interprétation en connexion, le jugement n'est pas considéré comme analytique, mais comme synthétique ; le prédicat n'est plus un élément logique de la notion sujet, mais une notion différente, bien que liée à elle, concomitante ou connexe (d'où le nom que nous donnons à cette interprétation) dans certains cas. *Tous les hommes sont mortels* signifiera : dans tous les cas concrets où l'analyse peut discerner le caractère homme, elle pourra discerner également le caractère mortel ; *Quelques hommes sont riches* voudra dire : dans certains des cas concrets où l'analyse peut discerner la notion humanité, elle pourra discerner la notion richesse. Mais, bien que tous les corps chauffés se dilatent (positivement ou négativement), c'est-à-dire que dans tous les cas où se rencontre l'élévation de température se présente aussi la dilatation, il n'y a rien de commun entre l'accroissement de température et la dilatation, sinon leur coïncidence dans l'expérience.

Si les logiciens n'ont pas d'ordinaire attribué à cette interprétation en connexion l'importance qu'elle mérite selon nous, c'est pourtant à elle que semblent faire allusion un certain nombre de textes dont il peut être intéressant de grouper les principaux. Brochard a très bien montré le rôle qu'elle jouait dans la logique stoïcienne. « Le raisonnement porte uniquement sur des individus et des groupes de qualités, liés suivant certaines lois. Si Socrate présente les qualités exprimées par le mot homme, il devra présenter aussi la qualité exprimée par le mot mortel. Par suite, il n'y a pas lieu de s'occuper des modes et des figures du syllogisme. »[1] Parmi les ressemblances qu'il signale entre les stoïciens et St. Mill, Brochard relève l'interprétation que celui-ci donne de la proposition ; la connotation de St. Mill est très voisine de notre connexion[2]. A la connexion répond également cette phrase de Hobbes : « *Homo est animal* vera propositio est propterea quod quicquid vocatur homo, idem vocatur animal. »[3] C'est encore à cette interprétation que s'applique la phrase de Leibniz : « Disant : Toute figure qui a trois côtés a aussi trois angles, je ne dis autre chose sinon que supposé qu'il y ait une figure à 3 côtés, cette même figure aura aussi 3 angles. »[4] Leibniz avait déjà employé le même exemple dans un passage où nous croyons reconnaître notre idée que dans l'interprétation en connexion, le jugement est tenu pour synthétique et non analytique : « Disant : le triangle et le trilatère n'est le même, on se tromperait, puisqu'en le bien considérant, on trouve que les trois côtés et les trois angles vont toujours ensemble. En disant : le rectangle quadrilatère et le rectangle n'est pas le même, on se tromperait encore. Car il se trouve que la seule figure à quatre côtés peut avoir tous les angles droits. Cependant on peut toujours dire dans l'abstrait que le triangle

1. — Brochard, *Etudes de philosophie*, Paris, Alcan, 1912, p. 225.
2. — Brochard, id., pp. 236 et 392 ; cf. St. Mill, *Log.*, I, 5, 4.
3 — Hobbes, *Computatio sive Logica*, I, chap. III, § 7. — Cf. *ibid.*, § 2, la définition générale de la proposition.
4. — Leibniz, *Nouv. Ess.*, IV, chap. XI, § 13.

n'est pas le trilatère, ou que les raisons formelles du triangle et du trilatère ne sont pas les mêmes, comme parlent les philosophes. »[1] Enfin, c'est encore l'interprétation en connexion qu'il nous semble retrouver dans ce que M. JERUSALEM[2] distingue de l' « immanence logique » (interprétation en compréhension ou plus exactement en inhérence) et de la subsomption (interprétation en extension) sous le nom de « formule hypothétique »[3].

L'interprétation la plus normale, le point de vue auquel se place spontanément la pensée journalière nous semble être l'interprétation en inhérence, et c'est là selon nous la raison pour laquelle elle a été adoptée par ARISTOTE, dont partout la logique s'appuie sur une analyse psychologique du fonctionnement réel de la pensée. Mais les autres interprétations ne sont pas moins réelles. Nous ne saurions accepter la critique qu'on adresse parfois à l'interprétation en extension en disant qu'elle n'est pas conforme à la façon dont la pensée juge en fait. Il est tout d'abord piquant de voir cette objection adressée à l'interprétation en extension par les partisans de l'interprétation en compréhension, car, lorsqu'ils soutiennent qu'il est au moins rare et anormal que, en disant que Socrate est homme, on veuille dire que Socrate rentre dans la classe des hommes[1], ils ne semblent pas se douter qu'il est au moins aussi rare et anormal qu'on entende dire : la mortalité est incluse dans la Socratité. Selon nous, si rares et anormales que puissent être aussi bien l'une que l'autre de ces interprétations, elles sont toutes deux psychologiquement réelles, car il existe des individus qui, au moins à certains moments, pensent ou jugent de cette façon. Tout ce qu'on peut dire, c'est que l'interprétation en inhérence est le point de vue de l'homme de la vie journalière, l'interprétation en extension le point de vue auquel se placent les classifications, par exemple celles des sciences naturelles, l'interprétation en compréhension l'attitude qu'adoptent les esprits qui voient dans les idées des formes atteignant une matérialisation croissante, des genres qui s'emboîtent les uns dans les autres d'une façon analogue, quoique inverse, à l'inclusion relative des classes d'individus, l'interprétation en connexion enfin, comme nous espérons le montrer (44), l'attitude correspondant à l'étude des lois scientifiques. Mais c'est là tout autre chose que de contester l'existence en fait de l'une ou l'autre de ces interprétations. Point n'est besoin d'ailleurs, pour établir qu'elles ont toutes également une réalité psychique, d'autre preuve que le fait qu'elles ont été signalées par tel ou tel auteur.

22. — A côté des propositions affirmatives et négatives, il faut signaler comme également réelles les propositions interrogatives. L'interrogation peut être relative, soit à la proposition tout entière, c'est-à-dire à l'attribution du prédicat au sujet, soit au sujet, c'est-à-dire à sa convenance avec le prédicat ; par exemple dans le premier cas : l'hydrogène est-il liquéfiable ? dans le second : quels gaz sont liquéfiables ? Dans le premier

1. — LEIBNIZ, *Nouv. Ess.*, IV, chap. II, § 1.

2. — JERUSALEM, *Der kritische Idealismus und die reine Logik*, Wien et Leipzig, 1905, pp. 180-204.

3. — M. LALANDE, Professeur à la Sorbonne, à l'obligeance duquel nous sommes redevables d'une partie des rapprochements qui précèdent, nous signalait, parmi les auteurs qui ont fait allusion à l'interprétation en connexion, RUSSELL avec sa théorie de la « fonction propositionnelle ». Nous ne sommes pas de cet avis. Certes, nous serions le premier à nous étonner qu'il fût impossible de retrouver l'interprétation en connexion dans n'importe quelle énonciation logique, puisque, comme nous espérons l'établir (43), les diverses interprétations sont équivalentes. Mais nous croyons qu'on ne peut la retrouver chez M. RUSSELL qu'en commençant par l'y mettre. Sans entrer dans une discussion détaillée de ce point qui entraînerait, sans grand avantage pour notre sujet précis, des développements forcément abstrus comme tout ce qui touche à la Logistique, nous nous en tiendrons à une citation textuelle de M. RUSSELL, empruntée à un article destiné à préciser sa notion de fonction propositionnelle : « Une relation *en compréhension*, dit-il en propres termes, est simplement une fonction propositionnelle double $\varphi ! (x, y)$ » (B. RUSSELL, *Sur la relation des math. à la logistique*, in *Rev. de Métaphys.*, novembre 1905, p. 908) ; et immédiatement après, il indique comment on peut passer de la relation de compréhension à celle d'extension, sans la moindre allusion à la relation de connexion.

1. — Par exemple RODIER, *Les fonctions du syllogisme*, in *Année philosophique*, 1908, p. 2.

cas, la proposition énonce une attitude d'oscillation, de doute, qui s'oppose à la fois à l'affirmation et à la négation considérées la première comme une adhésion, la seconde comme un rejet catégoriques. L'affirmative dit : (l'homme est mortel) est une vérité ; la négative dit : (l'homme est parfait) est une erreur ; l'interrogative dit : j'ignore si (je suis mortel) est vrai ou faux, mais je voudrais le savoir et je vais le chercher par une confrontation de cette proposition avec les propositions vraies que me fournit le matériel de vérités emmagasinées soit dans ma connaissance personnelle, soit dans celles des autres hommes.

Lorsque l'interrogation porte, non sur l'attribution du prédicat au sujet, mais sur la convenance du sujet au prédicat, il y a encore doute, ignorance partielle, mais l'ignorance est moindre que dans le cas précédent. Pour que je puisse en effet me demander quels hommes sont sages, il faut que je sache à la fois qu'il y a des hommes qui sont sages et d'autres qui ne le sont pas ; j'hésite donc, non comme tout à l'heure entre deux affirmations contradictoires qui s'excluent, mais entre deux affirmations dont chacune est vraie dans un certain domaine, domaine que je ne puis actuellement délimiter et que je voudrais délimiter. Donc, dans ce cas encore, l'interrogation exprime le sentiment que l'individu a d'un problème, le regret de ne pouvoir le résoudre immédiatement et l'effort pour le résoudre par un appel soit aux connaissances d'autrui, soit à ses propres connaissances antérieures utilisées pour le problème actuel par une orientation plus directe vers ce problème.

L'inflexion de la voix semble bien confirmer cette interprétation. Dans une proposition affirmative ou négative, la voix revient à la note initiale de la phrase pour indiquer que celle-ci est finie, que la pensée est complète. Dans l'interrogation, la voix s'arrête en haut, laissant en quelque sorte la phrase en suspens, inachevée et aspirant après son achèvement, l'implorant pour ainsi dire, dans le langage oral, de la collaboration des auditeurs et en tout cas, dans la parole intérieure de la pensée solitaire, escomptant un accroissement de connaissance qui la transformera d'interrogation en affirmation.

En résumé, l'interrogation correspond à une attitude mentale réelle et originale ; elle exprime le sentiment qu'a l'esprit d'une insuffisance de sa connaissance actuelle et son appel à autrui ou à un progrès ultérieur pour la compléter. C'est la position d'un problème, condition indispensable de l'hypothèse qui viendra en proposer une solution dont des recherches ultérieures permettront d'établir la vérité ou la fausseté. L'interrogation est une attitude d'oscillation, de doute, étrangère à la science faite, mais inévitable dans la science qui se fait et dans la pensée journalière.

23. — Il nous semble indispensable d'apporter à la logique traditionnelle une nouvelle complication, relative à la quantité des propositions. La logique traditionnelle, en opposant aux propositions universelles les particulières, caractérisées par l'indice *Quelque*, donnait à cet indice le sens de Quelques-uns au moins, autrement dit : Non-aucun. Mais cet indice est susceptible d'une autre signification ; il peut vouloir dire aussi : Quelques-uns seulement, ou Non-tous. Par exemple, Quelque homme est vertébré signifie : Quelque homme au moins est vertébré ; en énonçant cette proposition, je ne prétends pas (pour interpréter la proposition en connexion) affirmer qu'il n'existe pas d'autres individus que ceux que je considère dans lesquels le caractère vertébré accompagne le caractère homme ; j'énonce seulement que je n'en sais rien ou que, le sachant, je fais comme si je ne le savais pas. Mais Quelque vertébré est homme signifie que quelque vertébré *seulement* est homme ; en énonçant cette proposition, j'affirme à la fois qu'il y a des vertébrés qui sont hommes (autrement dit des êtres qui sont à la fois vertébrés et hommes) et d'autres qui ne le sont pas. On en dirait autant des particulières négatives. Quelque homme n'est pas parfait signifie : Quelque homme au moins n'est pas parfait, et Quelque homme n'est pas riche signifie : Quelque homme seulement n'est pas riche.

Il y a donc lieu d'ajouter aux propositions traditionnelles I et O, dans lesquelles l'indice Quelque signifie Quelques-uns au moins, deux autres particulières que nous appellerons I′ et O′, dans lesquelles Quelque signifie Quelques-uns seulement, ces deux nouvelles formes de propositions ayant tout autant que les quatre traditionnelles un sens précis et correspondant à des jugements réels.

Pour employer la terminologie scolastique, seules les universelles sont des propositions simples ; les particulières, aussi bien les traditionnelles (I et O) que celles que nous signalons ici (I′ et O′), sont des *exponibles*, c'est-à-dire réunissent sous une expression verbale unique deux propositions différentes, dont la première est commune aux deux sortes de particulières. Nous l'allons montrer pour I et I′ ; on en dirait autant *mutatis mutandis* de O et O′.

Les deux propositions Quelque S au moins est P (I) et Quelque S seulement est P (I′) contiennent cette assertion commune : il y a des S qui sont P. A cette assertion la proposition I ajoute cette autre : Il y a peut-être d'autres S (à savoir le reste de l'extension de S) qui sont P ; la proposition I′ celle-ci : Il n'y a pas d'autres S qui soient P. En d'autres termes, la proposition I′ rentre dans ce que la scolastique appelait les *exclusives* [Ex. : Il n'y a qu'un Dieu = (Un Dieu est existant) (Aucun autre Dieu n'est existant).]

Quelle est maintenant la nature de ces diverses propositions implicites contenues dans l'expression verbale des propositions I et I′ ? L'élément commun énonce une connaissance positive : Il y a des S qui sont P. L'élément distinctif de I′ énonce encore une connaissance, bien que présentée sous forme négative (Il n'y a pas d'autres S qui soient P) ; mais l'élément distinctif de I énonce une ignorance, une incertitude (il y a peut-être d'autres S qui soient P). L'élément distinctif de I peut se mettre sous la forme (? A) (Il est peut-être vrai que tout S soit P) ; celui de I′ sous la forme (— A) (Il est faux que tout S soit P).

En résumé, les propositions particulières de la logique traditionnelle (I et O) et celles pour lesquelles nous réclamons une place (I′ et O′) ont un élément commun, à savoir la négation catégorique de l'universelle contradictoire (E pour I et I′, A pour O et O′) ; mais à cet élément commun elles ajoutent un élément distinctif, à savoir pour I et O l'affirmation timide ou dubitative de leur subalternante respective (A pour I, E pour O), pour I′ et O′ la négation catégorique de cette subalternante (A pour I′, E pour O′). On a :

I = (— E) (? A)   O = (— A) (? E)

I′ = (— E) (— A)   O′ = (— A) (— E)

On pourrait, pour caractériser ces deux sortes de particulières, appeler les premières (I et O) particulières provisoires ou semi-universelles, les secondes (I′ et O′) particulières définitives.

Il n'est pas sans intérêt de remarquer que les schèmes circulaires dits d'Euler, déjà employés antérieurement par Leibniz qui les a ensuite abandonnés pour d'autres[1], représentent, en ce qui concerne les particulières, non les particulières traditionnelles I et O, mais les particulières I′ et O′ que nous signalons ici. Si l'on regarde la figure 1, on constate que l'extension

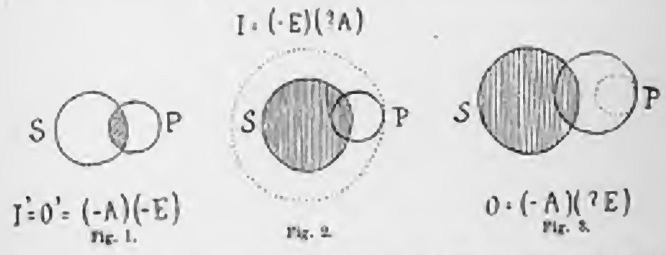


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

de S comprend deux parties, la partie ombrée représentant les S qui sont P et la partie blanche représentant les S qui ne sont pas P, de sorte que ce schème unique symbolise à la fois I′ et O′, mais ne symbolise ni I ni O. Cela tient à ce que le schème devrait correspondre à la fois aux deux propositions réunies sous une

1. — Cf. L. Couturat, *La Logique de Leibniz*, pp. 21-32.

expression verbale unique dans les particulières. On obtiendrait ce résultat avec les figures 2 et 3, dans lesquelles le cercle haché représente l'extension du sujet S et les deux cercles blancs l'extension du prédicat P. De ces deux derniers cercles, l'un (en trait continu) représente ce que nous savons de P, à savoir qu'il a dans son extension une partie de S pour I, qu'il n'a pas dans son extension une partie de S pour O; l'autre (en pointillé) représente ce que nous ignorons de P, bien que ce puisse être vrai, à savoir qu'il contienne dans son extension toute celle de S pour I, qu'il n'y contienne rien de celle de S pour O. Comme on le voit, ces schèmes des propositions I et O reviennent à réunir dans une figure unique les deux schèmes des propositions I′ et A (ou O′ et E) en indiquant (par le pointillé) qu'on ne donne à l'universelle qu'une valeur dubitative. — Peut-être faut-il expliquer par cette imperfection des cercles d'Euler l'erreur de M. Liard, qui donne aux propositions I et O le sens des propositions I′ et O′[1]. Son interprétation nous semble aussi inexacte par un excès inverse que l'interprétation traditionnelle ; les propositions I et O et I′ et O′ existent aussi bien les unes que les autres ; mais il faut bien se garder de les confondre.

24. — Les formes psychologiquement réelles du raisonnement débordent considérablement, elles aussi, les cadres de la logique traditionnelle. Le raisonnement est une opération psychique, mais une opération psychique qui a un caractère logique ; son caractère logique est un de ses caractères psychiques en tant qu'il le distingue de la simple consécution (7). La logique recherchera si c'est à juste titre que l'esprit tire la conséquence, si la ou les propositions dont il la tire en fournissent réellement la justification ; mais au point de vue psychique, c'est un fait que l'esprit y voit, à tort ou à raison, la justification de la conclusion. Il est donc indispensable, sous peine de n'avoir du raisonnement qu'une vue incomplète, de tenir compte à la

1. — L. Liard, *Logique*, p. 25 : « Quand... le sujet est pris seulement dans une partie de son extension, la proposition est particulière : Quelques métaux s'oxydent à l'air... Quelques signifie deux au moins des objets désignés par le sujet, et au plus, tous moins un. »

fois de son aspect psychique et de son aspect logique, et si scolastique que puisse paraître cette distinction, il nous semble qu'on ne saurait s'en dispenser sans risquer des équivoques et des erreurs. Il y a entre les propositions constitutives du raisonnement deux ordres, un ordre psychique correspondant à leur succession chronologique dans l'esprit qui les pense l'une avant l'autre, et un ordre logique, consistant dans l'enchaînement en vertu duquel la conclusion résulte des propositions qui la fondent. Le syllogisme pouvant être pris pour type du raisonnement, considérons, dans ces indications générales qui seront précisées ensuite, un raisonnement à trois propositions. Ces propositions pourront être numérotées 1re, 2e et 3e à la fois au point de vue psychique et au point de vue logique. Au point de vue psychique, nous les appellerons simplement la 1re, la 2e et la 3e. Au point de vue logique, nous appellerons la conclusion proposition *quo* en tant qu'elle est l'aboutissement du processus logique ou démonstratif auquel correspond le raisonnement ; nous appellerons proposition *unde* celle qui sert de point de départ à cette démonstration et proposition *qua* celle qui fournit le passage logique de la proposition *unde* à la proposition *quo*.

25. — Cela posé, il est facile de voir que le raisonnement se présente en fait sous nombre de formes particulières que nous allons passer en revue.

Dans un premier cas, le raisonnement tire d'un jugement (*unde*) A est B un jugement (*quo*) M est N en s'appuyant sur le premier pour affirmer le second ; il peut s'énoncer : A est B, donc M est N. Exemple : Cette chambre est obscure en plein jour ; donc les volets sont fermés. Cette forme de raisonnement est ainsi caractérisée par le *donc*, qui distingue la conclusion en marquant son rapport en tant que jugement *quo* au jugement *unde*. Autrement dit, dans ce cas, l'ordre logique se confond avec l'ordre psychique. Cette forme de raisonnement est *immédiate*, car elle passe sans intermédiaire du jugement *unde* au jugement *quo ;* en d'autres termes elle n'a qu'une prémisse.

26. — A côté de cette première forme de raisonnement s'en

présente une autre, également immédiate[1]. C'est encore une inférence en ce que l'esprit passe d'une proposition à une autre ; mais il ne passe plus du connu à l'inconnu. Il serait exagéré de prétendre qu'il passe de l'inconnu au connu, car l'inconnu proprement dit ne saurait fournir un point de départ ; mais il passe du supposé au connu. Dès un degré même infime de développement de l'esprit humain, à la spontanéité se surajoute la réflexion et la critique. L'expérience montre rapidement que telle proposition affirmée spontanément se trouve en réalité être fausse. La distinction ainsi établie entre la vérité et l'erreur amène à se demander si telle proposition affirmée spontanément est juste, à chercher à la légitimer. En cela consiste la seconde forme psychique du raisonnement, dont nous énoncerons l'essence en disant qu'au *donc* caractéristique du premier stade elle substitue le *car*. Ce sont au point de vue psychologique deux processus différents de dire : Cet objet est pointu, *donc* il pique, et : Cet objet pique, *car* il est pointu. Dans le premier type, la conclusion est la dernière proposition non seulement au point de vue psychologique (c'est-à-dire au point de vue de la succession chronologique des moments du processus total tel qu'il s'accomplit en fait), mais aussi au point de vue logique (ou pseudo-logique) en tant qu'elle est le jugement *quo* ; la démonstration (valable ou non au point de vue logique) de la conclusion ne fait qu'un avec son invention. Dans le second type, si la conclusion reste au point de vue logique la dernière proposition (jugement *quo*), elle devient la première au point de vue psychique, puisqu'elle sert de point de départ à l'opération psychique réellement accomplie ; il y a un retour de la réflexion sur une proposition affirmée d'abord spontanément pour se demander si elle est valable. Ainsi l'ordre psychique et l'ordre logique, concordants dans le premier stade, sont inverses

1. — Il importe de ne pas confondre ces formes immédiates du raisonnement avec ce qu'on appelle couramment inférences immédiates (opposition, conversion, subalternation). Celles-ci sont immédiates (ou tenues pour telles) au point de vue logique ; celles que nous visons ici sont immédiates au point de vue psychique.

dans le second. On pourrait encore dire que la première forme correspond à un raisonnement *inventif*, la seconde à un raisonnement *justificatif*. Le raisonnement est toujours démonstratif en tant qu'il s'oppose à la simple consécution (7) ; mais la démonstration qu'il fournit peut, soit s'appliquer à une proposition déjà posée qu'il légitime après coup, soit découvrir cette proposition et la justifier en même temps. La première forme de démonstration est bien justificative et la seconde inventive.

27. — Mais le raisonnement immédiat, formulé soit sous la forme : A est B, donc M est N, soit sous la forme : M est N, car A est B, apparaît à la réflexion critique comme une démonstration insuffisante. Est-il vrai que M est N résulte de A est B ; ou encore : Pourquoi M est N résulte-t-il de A est B ? C'est là une question qui demande une réponse ; la critique pose une question ; il faut répondre : parce que... La logique enseigne quels sont les « parce que » qui fournissent la réponse juste au pourquoi ; la psychologie n'a qu'à constater comme caractéristique de cette nouvelle sorte de raisonnement l'énonciation d'un parce que. Le raisonnement immédiat, sous ses deux formes, l'une inventive, l'autre justificative, ne donne de la conclusion qu'une justification partielle. L'esprit, à un certain degré de réflexion, ne peut manquer de s'apercevoir de cette insuffisance de la démonstration. Il sera alors amené à surajouter aux deux propositions constitutives du raisonnement immédiat une troisième proposition qui complétera la démonstration et donnera pleine satisfaction aux exigences logiques de l'esprit. De là naîtront deux nouvelles sortes de raisonnement, selon que la proposition complémentaire sera ajoutée à un raisonnement du premier ou du second type.

Dans le premier cas, le raisonnement sera de la forme : A est B, donc M est N, parce que C est D. Ce troisième type ne diffère du premier qu'en ce que l'invention de la conclusion, invention démonstrative sans quoi il y aurait simplement consécution et non raisonnement, n'est que partiellement démonstrative dans le premier type, alors que le troisième y ajoute un complément de démonstration. Le raisonnement du 3e type se fait donc

pour ainsi dire en deux temps, comprend deux moments, un premier inventif et un second justificatif : L'homme est mortel, donc je suis mortel, parce que je suis homme.

28. — Dans le deuxième cas (qui formera notre 4e type) le supplément de démonstration se surajoute à un raisonnement du 2e type, c'est-à-dire à un raisonnement non plus inventif comme dans le premier et le troisième types, mais justificatif. Le raisonnement est de la forme : M est N, car A est B, parce que C est D. C'est à dessein que nous employons les deux expressions différentes, bien que synonymes, de *car* et *parce que*. En effet, ce raisonnement répond à deux *pourquoi* successifs et qui ne sont pas absolument de même nature. Le premier porte sur la conclusion posée spontanément et où la réflexion ne voit qu'une hypothèse à justifier : Je suis mortel ; pourquoi ? Le second porte sur la démonstration de la conclusion par la première prémisse. Pourquoi je suis mortel est-il légitimé par je suis homme ? Il y a donc, ici comme dans le 3e type, deux temps dans la démonstration, et la seule différence est que le premier temps, inventif dans le 3e type, est ici justificatif ; mais dans les deux cas, le 2e temps consiste à surajouter à une démonstration partielle (soit inventive, soit justificative) une démonstration complémentaire qui donne pleine satisfaction aux exigences logiques de l'esprit.

29. — Le 4e type tel que nous venons de l'analyser peut donner naissance à une forme nouvelle qui, équivalente à la précédente au point de vue logique, est cependant psychologiquement différente. Si les deux dernières propositions (c'est-à-dire au point de vue logique les prémisses) d'un raisonnement du 4e type ne sont pas sur le même plan pour l'esprit qui raisonne en fait, en tant que la première est une justification partielle et la seconde un complément de démonstration, en tant autrement dit qu'elles constituent pour la démonstration deux moments successifs, elles sont cependant homogènes en tant qu'elles sont deux moments d'une même marche de pensée, à savoir la démonstration de la conclusion posée d'abord. Si l'esprit adopte cette nouvelle attitude, met sur le même plan les

deux prémisses destinées à justifier après coup la conclusion, s'il n'y a plus démonstration d'abord partielle qui, une fois reconnue partielle, est complétée ensuite par un supplément de démonstration, mais démonstration complète au moyen de deux preuves isolément insuffisantes et suffisantes par leur réunion, on passe du 4e type au 5e, par une transformation qui peut se symboliser ainsi :

(Je suis mortel, car je suis homme) parce que l'homme est mortel

devient :

Je suis mortel, car [(je suis homme) et (l'homme est mortel)].

Ce 5e type correspond à ce qu'on appelle en mathématiques la démonstration analytique. Cette forme de raisonnement a pour caractéristique de considérer le problème comme résolu, c'est-à-dire de prendre comme point de départ psychique la conclusion qu'il s'agit de légitimer (proposition *quo*) ; et la légitimation consiste à montrer que cette conclusion se rattache à une vérité déjà connue (proposition *unde* au point de vue logique) par l'intermédiaire d'une ou plusieurs propositions jouant le rôle de proposition *qua*. Exemple :

La somme des angles A, B et C d'un triangle est égale à deux droits, car (cette somme est égale à celle des angles A_1, A_2 et A_3 formés en prolongeant le côté AB et en menant du point A une parallèle au côté BC), et (la somme des angles formés autour d'un point d'un même côté d'une droite est égale à deux droits). Nous n'avons pas à examiner ici la différence entre les propositions proprement mathématiques, qui sont des égalités réversibles, et les propositions logiques qui énoncent une prédication et sont irréversibles. Au point de vue psychologique, le processus est le même dans les deux formes logique et mathématique du 5e type de raisonnement.

30. — Si ce type, comme d'ailleurs les deux précédents, est une sorte de syllogisme en tant que raisonnement non plus immédiat (à une seule prémisse), mais médiat, ce n'est pas sous cette forme que le syllogisme est couramment énoncé, mais

sous une autre qui constitue le 6e type psychique de raisonnement. Il se passe ici l'analogue de ce qui se produit quand le mathématicien refait sous forme synthétique la démonstration qu'il avait effectuée sous forme analytique alors qu'il ne faisait que conjecturer la conclusion et, après être passé du supposé au connu, redescend du connu à l'inconnu. Ce 6e type ressemble au premier en ce que la conclusion reprend la place finale au point de vue psychique (chronologique) comme au point de vue logique (jugement *quo*) : il en diffère en ce que la prémisse unique du premier type y est remplacée par deux prémisses, en ce qu'au jugement *unde* est surajouté un jugement *qua*.

31. — De ce 6e type, qui correspond à une mise en forme logique du 5e, et que nous pourrions appeler pseudo-synthétique ou pseudo-inventif, puisque sa forme synthétique ou inventive apparente n'est que le renversement du processus initial de la démonstration, il y a lieu de distinguer un 7e type, qui correspond à la marche synthétique de la démonstration mathématique. Ici, l'esprit emploie pour découvrir une conclusion encore inconnue le procédé synthétique appliqué par le 6e type à la démonstration d'une conclusion déjà établie par un raisonnement analytique antérieur. Dans ce type comme dans le 6e, à la différence du 5e, le jugement *unde* et le jugement (ou l'ensemble des jugements) *qua* précèdent la conclusion qui n'apparait qu'au terme et est le 3e jugement au double point de vue psychique (chronologique) et logique ; l'ordre psychique et l'ordre logique, inverses dans le 5e type, sont identiques dans les 6e et 7e. Mais ce 7e type diffère du 6e, comme d'ailleurs pour d'autres raisons du 5e, par son rôle, c'est-à-dire par la nature de la conclusion qu'il légitime. Dans le 5e type, la conclusion, posée la première et chronologiquement antérieure à la démonstration, était une conjecture, une hypothèse, dont la vérité de fait pouvait d'ailleurs être établie par d'autres procédés, par exemple par un recours à l'expérience ou à l'intuition, mais non une vérité démontrée. Dans le 6e type, la vérité de la conclusion, si elle n'apparaissait qu'au terme du raisonnement, était déjà connue auparavant comme résultat d'un raisonnement du 5e type, que le 6e se bornait à exposer en sens inverse. Dans le 7e type, la conclusion est un aboutissement aussi bien au point de vue logique qu'au point de vue psychique ; non seulement sa vérité, mais même son énoncé ne sont ni connus ni même pressentis avant le raisonnement effectué. L'esprit part de la proposition *unde* et la combine avec une ou plusieurs propositions *qua*, sans savoir au juste à quoi il aboutira ni même s'il aboutira à quelque chose. Ce type est celui où la part de l'invention est le plus marquée ; il est dans l'ordre logique l'équivalent des « expériences pour voir » de Cl. Bernard.

32. — Nous venons de voir qu'au point de vue psychique, relativement à la succession chronologique des moments du raisonnement comme processus mental, la conclusion peut être soit antérieure, soit postérieure à la prémisse unique dans le cas des raisonnements immédiats ou à l'ensemble des prémisses dans le cas des raisonnements médiats, selon que le raisonnement est inventif (1er, 6e et 7e types) ou justificatif (2e et 5e types), soit même intercalée entre les deux prémisses dans les 3e et 4e types. On s'est également demandé quel est l'ordre respectif des deux prémisses, problème qui par suite ne concerne que les raisonnements médiats (5 derniers types). La logique scolastique énonçait la majeure avant la mineure. Ramus, Gassendi, Leibniz [1], Spencer [2], ont soutenu qu'il faut intervertir cet ordre et énoncer la mineure avant la majeure. Nous espérons établir (61) que ce problème est dépourvu de signification au point de vue logique auquel se plaçaient les auteurs que nous venons de citer. Mais au point de vue psychique qui est ici le nôtre, nous trouvons aux deux opinions antagonistes le tort commun de sembler croire qu'il ne peut y avoir qu'une forme de raisonnement ; chacune de ces deux opinions est vraie ou fausse selon le cas *réel* considéré.

33. — Soit d'abord un raisonnement du 5e type, caractérisé par l'antériorité de la conclusion, posée d'abord à titre hypothétique, par rapport à l'ensemble des deux prémisses, qui en fournissent

1. — *Nouveaux Essais*, IV, 7, §§ 4 et 8.
2. — *Principes de Psychologie*, § 305 (Trad. française, t. II, p. 97.)

la justification. Ces prémisses doivent contenir, l'une le sujet de la conclusion, l'autre son prédicat. La tâche de l'esprit qui veut justifier la conclusion consiste donc à chercher dans ses connaissances antérieures deux propositions qui, outre d'autres conditions sans intérêt ici, sont soumises à celle de contenir l'une (mineure) le sujet, l'autre (majeure) le prédicat de la conclusion. Mais dans cette investigation, aucune raison *a priori* ne force l'esprit à chercher d'abord l'une plutôt que l'autre de ces prémisses ; bien plus, il peut se faire que la simple position hypothétique de la conclusion évoque spontanément l'une des prémisses susceptibles de la justifier avant qu'il ait songé à en chercher une. Donc, dans ce 5e type de raisonnement, la première proposition formulée par l'esprit après la conclusion, c'est-à-dire la première prémisse, pourra être soit la majeure, soit la mineure, et le raisonnement pourra tout aussi bien se présenter en fait sous l'une ou l'autre des deux formes :

Je suis mortel, car l'homme est mortel et je suis homme, ou : Je suis mortel, car je suis homme et l'homme est mortel.

34. — Laissons provisoirement de côté le 6e type, qui n'est que la reproduction sous forme inventive d'une justification déjà effectuée par un autre procédé, à savoir par un raisonnement du 5e type. Dans le 7e type, réellement inventif, l'esprit part d'une proposition connue et se demande s'il ne pourrait pas aboutir de là à un jugement nouveau, sans savoir à quel jugement nouveau il aboutira ni même s'il aboutira. Dans le cas, seul intéressant pour nous, car seul il donnera un raisonnement, où cette tentative réussit, deux hypothèses sont possibles. La conclusion, quand elle existera, doit avoir un terme commun avec la proposition prise pour point de départ ; mais, comme elle n'existe pas encore, il est impossible de savoir si, une fois trouvée, le terme qu'elle aura emprunté à cette proposition sera chez elle sujet ou prédicat, autrement dit si dans le raisonnement constitué la proposition prise comme point de départ jouera le rôle de majeure ou de mineure. Ainsi, dans le raisonnement du 7e type, c'est tantôt la majeure, tantôt la mineure qui sera chronologiquement la première prémisse.

35. — Il en est de même encore pour le 6e type, qui consiste à refaire sous forme inventive un raisonnement déjà effectué sous forme justificative. Dans ce cas encore, la première prémisse au point de vue chronologique sera la majeure ou la mineure selon que l'on prendra comme point de départ du raisonnement la prémisse qui contient le sujet ou le prédicat de la conclusion. Mais ici les deux prémisses sont connues, puisqu'on les a déjà trouvées antérieurement dans le raisonnement justificatif du 5e type que le raisonnement actuel se borne à reproduire dans l'ordre inverse. L'esprit peut donc à son gré commencer par l'une ou par l'autre des deux prémisses, selon qu'il jugera l'un ou l'autre ordre plus élégant, de même que c'est simplement pour une raison d'élégance qu'il substitue au raisonnement primitif du 5e type un raisonnement du 6e. Certains individus, selon la remarque de LEIBNIZ [1], trouveront plus élégant de prendre leur point d'appui dans le général, d'autres dans le concret ; les premiers, c'est-à-dire en somme les esprits dogmatiques, commenceront par la majeure ; les seconds, c'est-à-dire les esprits empiriques, commenceront par la mineure ; et peut-être pourrait-on trouver là un symptôme permettant de diagnostiquer à laquelle de ces deux classes appartient un esprit donné, selon sa façon d'exposer ses raisonnements.

36. — Ce que nous venons de dire des trois derniers types du raisonnement s'applique également aux 3e et 4e, qui n'en diffèrent qu'en ce que la seconde prémisse forme à elle seule un complément de démonstration surajouté soit à une invention partiellement démonstrative (3e type), soit à une justification partielle (4e type), au lieu d'être réunie à l'autre prémisse comme élément d'une démonstration complète par leur réunion ; par là le 3e type se rapproche du 7e par son caractère inventif et le 4e du 5e par son caractère justificatif ; ils n'en diffèrent encore une fois qu'en ce que la démonstration est si l'on peut dire fractionnée. Dès lors, dans les 3e et 4e types comme dans les

1. — *Nouveaux Essais*, IV, 17, § 8.

trois derniers, la première prémisse aperçue en fait par l'esprit pourra contenir soit le sujet, soit le prédicat de la conclusion, jouer dans le raisonnement une fois achevé le rôle de majeure ou de mineure ; et par suite tous ces types, c'est-à-dire toutes les sortes de raisonnements médiats, pourront prendre psychologiquement deux formes différentes selon que la majeure ou la mineure viendra la première des deux prémisses.

37. — En résumé, on peut distinguer 12 espèces de raisonnements, distribuées en 7 genres, les genres ne tenant compte que de la place de la conclusion par rapport aux prémisses, les espèces tenant compte en outre de la place relative des deux prémisses. Cette classification psychologique des raisonnements peut se résumer dans le tableau suivant :

				Genres	Espèces	Formules
Raisonnements	Immédiats (une prémisse) (Légitimation incomplète)		inventif	I	1	P C
			justificatif	II	2	C P
	Médiats (deux prémisses) (Légitimation complète)	en deux moments successifs	inventif + justificatif	III	3	MC*m*
					4	*m*CM
			justification partielle + justification complémentaire	IV	5	CM*m*
					6	C*m*M
		en un seul moment double	justificatif	V	7	CM*m*
					8	C*m*M
			pseudo-inventif	VI	9	M*m*C
					10	*m*MC
			inventif	VII	11	M*m*C
					12	*m*MC

(P = Prémisse ; M = Majeure ; *m* = mineure ; C = Conclusion).

38. — Cette classification à la manière des scolastiques — mais les scolastiques avaient du bon, Leibniz l'a dit avant nous — n'a pas seulement l'avantage de signaler et de systématiser les formes diverses que peut prendre le raisonnement dans le

fonctionnement réel de l'esprit. Elle a en outre celui d'être exhaustive, c'est-à-dire de présenter non seulement des formes réelles de raisonnement, mais encore les seules formes possibles. Des considérations mathématiques très simples permettent de l'établir. Nous n'avons considéré que des raisonnements à une ou deux prémisses, c'est-à-dire à deux ou trois propositions. Par suite le nombre de toutes les formes possibles de raisonnements sera la somme des permutations de 2 termes 2 à 2 et de 3 termes 3 à 3. On a donc :

$$N = P_2 + P_3 = 2\,! + 3\,! = 2 + 6 = 8.$$

(N = nombre de toutes les formes possibles de raisonnement).

Il est facile de comprendre que nous ayons trouvé plus haut, en énumérant les différentes formes psychologiquement réelles du raisonnement, le nombre 12 supérieur au nombre 8 donné par la formule mathématique. En effet, le 4e type, comme nous l'avons vu, ne diffère du 5e qu'en ce que la démonstration est faite en deux temps et non en un seul, considération dont ne tient pas compte la formule mathématique, qui ne s'attache qu'à l'ordre relatif des propositions. De même, les 6e et 7e types ne diffèrent qu'en ce que la démonstration, réellement inventive dans le 7e, est pseudo-inventive dans le 6e, considération encore étrangère à la place des propositions. Il y a donc 2 types, c'est-à-dire 4 espèces, qui font double emploi, comme le montre leur formule dans le tableau, et la différence entre le résultat mathématique et le résultat psychologique n'est qu'apparente.

39. — Nous avons notablement allongé la liste dressée par la scolastique des formes du raisonnement considéré, soit dans son ensemble, soit par rapport aux jugements dont il se compose. Mais le souci d'exhaustivité auquel correspond cette multiplication, au besoin artificielle, des formes du jugement et du raisonnement n'est que la condition préliminaire de la constitution d'un formulaire logique. Il nous reste maintenant à pro-

longer également le travail de réduction, de simplification de ce formulaire exhaustif, commencé par la logique traditionnelle.

40. — Nous avons distingué, comme correspondant à des attitudes également réelles de l'esprit qui juge, quatre interprétations différentes de la proposition (en extension, compréhension, inhérence et connexion) (21). Pour constater maintenant l'équivalence logique de ces quatre interprétations, il suffit d'envisager le jugement, dont la proposition n'est que l'expression verbale, non seulement en lui-même, mais en le rapportant au processus psychique dont il est l'aboutissement et le résultat. Si le jugement sous sa forme achevée est une synthèse qu'énonce la copule *est*, cette synthèse elle-même n'est que le résultat et la contre-partie d'une analyse préalable, le terme d'un processus sans lequel ne s'expliquerait pas psychologiquement et ne se justifierait pas logiquement le jugement une fois constitué. L'associationnisme est conséquent avec son attitude générale en ne voyant dans le jugement, comme dans toutes les opérations psychiques, qu'une synthèse ; mais il est curieux de voir des psychologues qui répudient plus ou moins ouvertement l'associationnisme conserver de cette théorie une conception du jugement qui n'en est que le corollaire.

Soit par exemple le jugement : la mer est verte. Qu'est-ce qui m'amène à effectuer dans ce jugement la synthèse du sujet mer et de l'attribut vert ? Rien, sinon que ce jugement énonce d'une certaine manière une perception qui présentait dans un ensemble non dissocié les caractères qui constituent la mer (vaste étendue d'eau) et la couleur verte. La mer était au début la mer verte, peut-être même simplement pour l'humanité primitive, la science du langage semble le confirmer, « la verte ». Les deux éléments que le jugement dissocie, tout en les réunissant par la copule, pour en faire le sujet et l'attribut, ne faisaient qu'un à l'origine. Mais le progrès de la connaissance, l'expérience nous a appris que cette unité apparente cachait la réunion dans l'objet (ou dans la représentation correspondante) de deux éléments différents en tant que séparables, et séparables en tant

que l'expérience nous les montrait séparés en fait, en nous présentant soit d'autres objets verts (par exemple les feuillages), soit des mers de couleur différente. Ainsi se produit dans chacune de nos représentations une dissociation ou, en termes techniques, une discrimination sans cesse croissante, par le seul fait de la comparaison de cette représentation avec l'ensemble de toutes les représentations acquises au cours de l'expérience et dont l'acquisition est un des facteurs essentiels du progrès de la connaissance. Dès lors, toutes les fois que je voudrai énoncer la représentation primitive dans les termes que me permet d'employer ma connaissance accrue, je serai obligé de reconstituer après coup, mais sous forme plus distincte, l'unité confuse que présentait cette représentation avant la discrimination. Une fois que j'ai discerné dans l'objet mer-verte la présence de deux éléments, mer et verte, lorsque je voudrai énoncer cet objet, je devrai énoncer qu'il est à la fois mer à un certain point de vue et verte à un autre ; mais cette synthèse ne sera que la contre-partie d'une analyse préalable.

Plus précisément encore, l'essence ou le rôle du jugement est d'énoncer la vue actuelle qu'a l'esprit sur un de ses états de conscience. En effet, de tous les éléments contenus dans cet état de conscience et qui sont virtuellement, selon la remarque de Leibniz, en nombre infini, le jugement n'isole expressément que l'un, qui en forme le prédicat, sous l'influence de divers facteurs, dont les principaux sont le degré de développement de l'individu [1] qui porte le jugement au moment où il le porte, et la disposition affective ou pratique de cet individu à ce même moment. En effet, sur le premier point, le progrès de la connaissance consiste dans une discrimination progressive, dans le fait de reconnaître dans un objet la présence d'une qualité ou dans la représentation correspondant à cet objet la présence d'un élément intellectuel qui jusqu'alors n'y existait qu'implicite-

1. — Nous prenons le mot individu, comme souvent le mot esprit, dans le sens que la psychologie donne au mot sujet, pour éviter toute équivoque avec le sens logique de sujet (du jugement).

ment, et qui s'en dégage lorsque l'esprit a reconnu, grâce à une expérience plus développée, que la même qualité se retrouve dans d'autres objets différents, le même élément dans d'autres représentations différentes, ou qu'au contraire des éléments différents peuvent se trouver dans des représentations d'ensemble analogues, considérées comme correspondant à des objets semblables. Ainsi la dissociation, dans un état de conscience primitivement simple et virtuellement complexe, de tous les attributs ou prédicats possibles qu'il enveloppe est subordonnée aux progrès de l'expérience ou plus généralement de la connaissance, qui nous permettent de constater ou de conjecturer dans d'autres représentations d'ensemble la présence de cette même qualité abstraite, de ce même élément général.

D'autre part, une fois développée, explicitée jusqu'à un certain point cette richesse virtuelle de la représentation, le jugement n'en retient pour l'exprimer qu'une partie; de tous les attributs qu'une analyse exclusivement logique et dégagée de toute préoccupation subjective et contingente, telle que pourrait l'effectuer un esprit pur, serait en état d'affirmer de l'objet considéré, le jugement n'en exprime qu'un, dont le choix est déterminé par les dispositions affectives ou pratiques de l'individu au moment où il porte le jugement. Par exemple, de tous les caractères qu'un botaniste pourrait distinguer dans un champignon, le consommateur (et le botaniste lui-même en tant qu'inspecteur sanitaire au marché) ne retiendra que le caractère d'être comestible ou vénéneux. Le jugement consiste donc à énoncer que l'objet qui fournit le sujet du jugement possède une qualité, cette qualité faisant partie de toutes celles que l'analyse permise par le degré de développement de la connaissance de l'individu jugeant est capable de discerner et étant, parmi toutes ces qualités également réelles de l'objet, celle qui à ce moment présente pour l'individu un intérêt spécial.

On pourrait dire encore que le jugement, étant une affirmation, peut être considéré comme la solution d'un problème ou la

réponse à une question, la question de savoir si tel objet possède telle qualité ou propriété qu'à ce moment nous avons intérêt à connaître, c'est-à-dire si l'on a le droit d'attribuer tel prédicat au sujet du jugement. Le sujet est ce dont on affirme (c'est-à-dire ce dont on s'est demandé) quelque chose, le prédicat ce qu'on affirme de ce sujet. Sujet et prédicat se définissent l'un par l'autre et par leur relation dans le jugement qui les unit. C'est ce qu'exprime étymologiquement le nom de termes qu'on leur donne : ils sont les deux extrémités, les deux bouts, si l'on peut dire, de la proposition, ou du jugement qu'elle exprime, les deux idées que le jugement met en relation.

La différence entre le sujet et le prédicat est une différence psychique avant d'être une différence logique ; le prédicat est ce que l'esprit met en évidence, ce qui l'intéresse en tant que correspondant à une question qu'il se pose (suis-je mortel ?), le sujet est ce à propos de quoi l'esprit se pose cette question. Comme la pensée humaine adulte est surtout une pensée logique, c'est-à-dire une pensée qui vise au général, c'est d'ordinaire l'élément général d'une représentation d'ensemble qui joue dans le jugement correspondant le rôle de prédicat. Mais le contraire peut aussi se produire ; pour une raison ou pour une autre, sous l'influence de certaines circonstances contingentes, ce peut être un élément individuel et non générique de la représentation d'ensemble qui intéresse l'esprit au moment où il porte le jugement, et alors ce sera cet élément individuel et non plus un élément générique qui jouera le rôle de prédicat. Par exemple, voyant une pomme tomber de l'arbre, Newton pensait : cette pomme qui tombe est un corps ; le gamin qui aspire à la croquer pensera : ce corps qui tombe est une pomme. A propos d'une même représentation d'ensemble Socrate-homme, au lieu de penser : Socrate est homme, je pourrai penser : cet homme est Socrate.

41. — Tel étant le processus psychique de l'établissement du jugement et ses deux moments principaux, son point de départ et son point d'aboutissement, quelle est la signification exacte des

deux termes de la proposition ? Pour le prédicat, il n'y a aucune difficulté : c'est un élément isolé de la représentation d'ensemble à propos de laquelle nous portons le jugement, élément que nous sommes en état d'en abstraire parce que l'expérience l'a en quelque sorte abstrait elle-même en nous montrant que cet élément se retrouve à la fois dans la représentation actuelle et dans d'autres représentations différentes : j'abstrais le blanc de la feuille de papier parce que l'expérience m'a présenté d'autres objets blancs que la feuille de papier et des feuilles de papier d'une couleur autre que le blanc.

Mais quelle est au juste la nature de la réalité mentale que désigne le terme sujet ; que pensons-nous sous ce mot ? Il exprime un état de concience qui est, soit une image concrète, soit une idée abstraite. Examinons d'abord le cas d'une notion ou idée abstraite au sens que la psychologie réserve à ce mot, c'est-à-dire une représentation fort éloignée des objets concrets et des images, par exemple le concept d'homme. Quelle est au juste la nature et la signification de l'idée abstraite et générale en tant qu'état de conscience ?

Il est manifeste, et nous pouvons passer très vite sur ce point que personne ne conteste, que la notion, le concept est une idée abstraite en même temps qu'une idée générale, c'est-à-dire que, en tant qu'elle symbolise, représente, résume une pluralité de représentations concrètes, elle renferme comme élément central et essentiel de son contenu l'ensemble des éléments ou qualités communs à toutes ces représentations, ce qu'on appelle la compréhension de l'idée. Par exemple, la partie fondamentale de l'idée de triangle est la qualité commune à tous les triangles d'être une figure limitée par trois lignes qui se coupent deux à deux.

Mais si c'est là la partie essentielle et fondamentale de l'idée, le centre de son contenu, ce n'est pas, comme on semble le croire d'ordinaire, tout son contenu. L'idée, nous venons de le rappeler, est abstraite en même temps que générale ; mais inversement elle est générale en même temps qu'abstraite, sans

quoi elle n'aurait pas une extension en même temps qu'une compréhension. En tant qu'elle représente ou symbolise une pluralité d'images concrètes ou d'objets particuliers passés ou possibles, elle doit contenir virtuellement toutes les déterminations ou qualités particulières de ces objets concrets ou de ces images individuelles. Certes nous ne pensons pas expressément, quand nous pensons l'idée ou prononçons le mot, à toutes ces particularités ; mais elles y sont. La preuve en est que si nous essayons, pour donner à notre pensée une forme concrète et, selon l'expression significative employée en sciences, « pour fixer les idées », d'imaginer tel des objets particuliers rentrant dans cette notion, notre conscience nous avertit que l'image concrète que nous prenons comme substitut de l'idée générale n'en est qu'un symbole, un exemple ou une illustration, sans quoi l'idée ne serait plus une idée générale, mais une simple image concrète. Quand par exemple, pensant l'idée d'homme, je veux, ce qui est loin d'arriver toujours, me représenter ce que je pense par là et que j'imagine un certain homme de telle taille et de tel âge, avec les yeux et les cheveux de telle couleur, je sens très bien que mon idée d'homme dépasse cette image d'homme particulier. C'est dire que mon idée d'homme renferme d'autres particularités que la représentation de cet homme, et à vrai dire, contient toutes les particularités individuelles de tous les êtres concrets auxquels je puis appliquer cette idée. Certes elle ne les contient pas toutes à la fois, car, comme on l'a justement remarqué, je ne peux penser un homme qui serait à la fois grand et petit, gras et maigre, jeune et vieux, etc. Mais si ces attributs ne peuvent coexister dans l'image concrète en tant que tous ensemble qualités d'un même homme particulier, ils peuvent coexister dans la notion en tant que séparément qualités de plusieurs hommes différents. C'est ce qu'oublie trop facilement le nominalisme, dans sa discussion purement dialectique du problème psychologique des idées générales, et ce que le conceptualisme courant a tort de lui concéder. Si, avec ce conceptualisme, pour éviter cette contradiction *logique* qui n'est pas

une contradiction *psychologique* (car, selon la remarque profonde d'ARISTOTE, il ne peut y avoir contradiction qu'en même temps et au même point de vue, ce qui n'est pas le cas ici) on veut dire que l'idée générale ne contient aucune des déterminations spéciales des objets particuliers auxquels elle s'applique, on tombe dans une autre absurdité, moins évidente, mais bien mise en lumière par BERKELEY. Car s'il est contraire au principe de contradiction que le même homme soit petit et grand, il n'est pas moins contraire au principe du tiers exclu que le même homme ne soit ni petit ni grand, de même que si un triangle n'est pas isocèle, par cela même il est scalène et réciproquement. On fait donc fausse route quand on exige du concept les mêmes qualités que d'une représentation individuelle, précisément parce que le concept est caractérisé par la propriété de pouvoir s'appliquer successivement à une foule d'objets concrets, opposés entre eux par leurs qualités individuelles. Renfermant, symbolisant une pluralité d'objets concrets, le concept doit forcément contenir, d'une façon purement virtuelle il est vrai, tous les attributs individuels de ces objets concrets, bien que les attributs de l'un soient contradictoires à ceux de tel autre.

Il en est de même, bien que ce soit moins évident à première vue, pour ce qu'on appelle les images concrètes par opposition aux idées abstraites que nous venons d'examiner. L'idée de réséda par exemple est moins abstraite que l'idée de fleur, mais en la soumettant à la même analyse que nous venons de faire pour l'idée d'homme, nous aboutirions au même résultat. Il y a entre les différents pieds de réséda des différences individuelles du même genre et aussi nombreuses qu'entre les différents hommes; et l'idée de réséda, pour s'appliquer à tous, doit encore contenir virtuellement toutes les différences individuelles. Par cela seul que l'idée que je pense est générale, et sa généralité se révèle par le fait que je l'énonce verbalement par un nom commun, elle représente un genre, c'est-à-dire une collection d'individus différents ayant par suite des caractères individuels, et doit en conséquence contenir virtuellement tous ces caractères.

Allons plus loin encore et transportons-nous à l'extrémité diamétralement opposée, dans l'échelle des représentations, à l'idée abstraite, à savoir la représentation individuelle : Socrate ou cette pierre. L'idée ne s'applique plus à une collection d'objets, mais à un objet unique ; mais est-ce à dire qu'elle n'embrasse plus une pluralité ? Socrate et la pierre même, sous leur forme individuelle, sont encore des noms généraux : Socrate a une durée, la pierre peut subir des modifications ou tout au moins occuper des positions différentes. Ma représentation de Socrate s'applique à tous les âges de Socrate, ma représentation de cette pierre à toutes ses situations, qui sont des déterminations individuelles ; elle doit donc encore les contenir toutes.

Il n'y a qu'une sorte de représentations auxquelles ne s'applique pas notre analyse, à savoir celles où notre état de conscience ne contient rien de plus que ce qu'il est dans son apparition instantanée, traversant comme un éclair aussitôt disparu le champ de la conscience, comme par exemple l'image de la pierre que je vois à telle minute précise à tel endroit précis de la route ; mais les représentations de ce genre, d'ailleurs extrêmement rares, sont de nul usage pour la connaissance, orientée vers le général. Une représentation qui serait purement individuelle, qui ne contiendrait pas quelque élément général à quelque degré, serait complètement isolée dans notre vie mentale, ne trouverait pas de mot pour s'exprimer et disparaîtrait de la conscience avant d'avoir pu se fixer, avant même d'avoir été à proprement parler perçue.

En résumé, toute idée, quel qu'en puisse être le degré de généralité et d'abstraction, comprend indissolublement unis deux éléments : d'une part un élément général ou générique et stable, à savoir l'ensemble de caractères qui se retrouve identique dans tous les individus auxquels cette idée est susceptible de s'appliquer, d'autre part un élément particulier ou variable, à savoir l'ensemble des caractères qui se retrouveront, non tous ensemble, mais tantôt l'un, tantôt l'autre, dans chacun des individus concrets relevant de cette notion. C'est l'ensemble

une contradiction *psychologique* (car, selon la remarque profonde d'Aristote, il ne peut y avoir contradiction qu'en même temps et au même point de vue, ce qui n'est pas le cas ici) on veut dire que l'idée générale ne contient aucune des déterminations spéciales des objets particuliers auxquels elle s'applique, on tombe dans une autre absurdité, moins évidente, mais bien mise en lumière par Berkeley. Car s'il est contraire au principe de contradiction que le même homme soit petit et grand, il n'est pas moins contraire au principe du tiers exclu que le même homme ne soit ni petit ni grand, de même que si un triangle n'est pas isocèle, par cela même il est scalène et réciproquement. On fait donc fausse route quand on exige du concept les mêmes qualités que d'une représentation individuelle, précisément parce que le concept est caractérisé par la propriété de pouvoir s'appliquer successivement à une foule d'objets concrets, opposés entre eux par leurs qualités individuelles. Renfermant, symbolisant une pluralité d'objets concrets, le concept doit forcément contenir, d'une façon purement virtuelle il est vrai, tous les attributs individuels de ces objets concrets, bien que les attributs de l'un soient contradictoires à ceux de tel autre.

Il en est de même, bien que ce soit moins évident à première vue, pour ce qu'on appelle les images concrètes par opposition aux idées abstraites que nous venons d'examiner. L'idée de réséda par exemple est moins abstraite que l'idée de fleur, mais en la soumettant à la même analyse que nous venons de faire pour l'idée d'homme, nous aboutirions au même résultat. Il y a entre les différents pieds de réséda des différences individuelles du même genre et aussi nombreuses qu'entre les différents hommes; et l'idée de réséda, pour s'appliquer à tous, doit encore contenir virtuellement toutes les différences individuelles. Par cela seul que l'idée que je pense est générale, et sa généralité se révèle par le fait que je l'énonce verbalement par un nom commun, elle représente un genre, c'est-à-dire une collection d'individus différents ayant par suite des caractères individuels, et doit en conséquence contenir virtuellement tous ces caractères.

Allons plus loin encore et transportons-nous à l'extrémité diamétralement opposée, dans l'échelle des représentations, à l'idée abstraite, à savoir la représentation individuelle : Socrate ou cette pierre. L'idée ne s'applique plus à une collection d'objets, mais à un objet unique ; mais est-ce à dire qu'elle n'embrasse plus une pluralité ? Socrate et la pierre même, sous leur forme individuelle, sont encore des noms généraux : Socrate a une durée, la pierre peut subir des modifications ou tout au moins occuper des positions différentes. Ma représentation de Socrate s'applique à tous les âges de Socrate, ma représentation de cette pierre à toutes ses situations, qui sont des déterminations individuelles ; elle doit donc encore les contenir toutes.

Il n'y a qu'une sorte de représentations auxquelles ne s'applique pas notre analyse, à savoir celles où notre état de conscience ne contient rien de plus que ce qu'il est dans son apparition instantanée, traversant comme un éclair aussitôt disparu le champ de la conscience, comme par exemple l'image de la pierre que je vois à telle minute précise à tel endroit précis de la route ; mais les représentations de ce genre, d'ailleurs extrêmement rares, sont de nul usage pour la connaissance, orientée vers le général. Une représentation qui serait purement individuelle, qui ne contiendrait pas quelque élément général à quelque degré, serait complètement isolée dans notre vie mentale, ne trouverait pas de mot pour s'exprimer et disparaîtrait de la conscience avant d'avoir pu se fixer, avant même d'avoir été à proprement parler perçue.

En résumé, toute idée, quel qu'en puisse être le degré de généralité et d'abstraction, comprend indissolublement unis deux éléments : d'une part un élément général ou générique et stable, à savoir l'ensemble de caractères qui se retrouve identique dans tous les individus auxquels cette idée est susceptible de s'appliquer, d'autre part un élément particulier ou variable, à savoir l'ensemble des caractères qui se retrouveront, non tous ensemble, mais tantôt l'un, tantôt l'autre, dans chacun des individus concrets relevant de cette notion. C'est l'ensemble

de ces deux éléments, stable et variable, qui constitue la compréhension véritable de l'idée, ou si l'on veut avec l'usage courant réserver au seul élément commun le nom de compréhension, il faudra créer un mot nouveau, par exemple celui de contenu, pour exprimer dans son intégralité la signification de l'idée. Pour éviter toute équivoque, nous emploierons désormais le mot de contenu avec ce sens spécial d'ensemble de tous les éléments discernables par analyse dans l'idée, tant son élément commun que son élément variable, et le mot généralité pour exprimer l'élément variable seul. La généralité de l'idée correspond à ce qu'elle est une idée générale, sa compréhension correspond seulement à ce qu'elle est une idée abstraite.

Dès lors, quand nous pensons une idée, quand nous prononçons verbalement ou mentalement le mot correspondant, à quoi pensons-nous en réalité ; en pensons-nous seulement la compréhension ou en pensons-nous tout le contenu ? A notre avis, nous pensons tantôt l'un, tantôt l'autre, ou plus précisément encore, nous pensons d'abord, à première vue, dans un état de pensée superficiel, la compréhension seule. Souvent nous nous en tenons là, quand nous ne réfléchissons pas en psychologue sur notre pensée, quand nous nous contentons, comme dirait M. Bergson, de la vivre sans la penser. Comme notre pensée est, pour divers motifs sur lesquels nous n'avons pas à nous appesantir ici et en particulier pour des raisons pratiques, une pensée générale, nous ne portons attention dans notre état de conscience qu'à son élément général, à la compréhension du concept. Mais si nous réfléchissons à son contenu réel, si par exemple pour une raison ou pour une autre nous avons à en faire une application concrète, nous sommes forcés d'ajouter à l'élément commun certains éléments individuels et nous sentons en même temps que si, dans ce cas particulier, ce sont tels éléments individuels qui sont joints à la compréhension de l'idée, dans d'autres cas particuliers dont nous sommes obligés d'évoquer la représentation, sans quoi nous n'aurions plus affaire à une application particulière d'une idée générale, mais à une simple représentation particulière, ce serait des éléments individuels non seulement différents, mais même opposés qui pourraient y être joints. Par exemple, si je pense l'idée d'arbre, je ne penserai d'abord (et peut-être en resterai-je là) qu'à un tronc feuillu qui ne sera ni un chêne ni un sapin ni un peuplier ; mais si j'approfondis mon idée, je serai obligé de m'apercevoir que ce tronc feuillu qui *n'est ni* un chêne, ni un sapin, ni un peuplier *pourrait être soit* un chêne, soit un sapin, soit un peuplier. En résumé, nous pensons les idées d'abord et souvent exclusivement en compréhension, parfois ensuite en contenu. Cette seconde façon de penser est aussi psychologiquement réelle que la première et, bien que plus rare, est plus complète, plus fidèle et plus utile.

Nous sommes à présent en mesure de résoudre le problème que nous nous étions posé relativement au sens véritable du sujet du jugement. Soit par exemple ce jugement : le mur est blanc. Qu'est-ce que j'entends au juste par le mot mur, quelle est la réalité psychique qui est l'idée de ce mur quand je porte le jugement ? Pour la restreindre aux éléments qu'exprime celui-ci, à savoir ceux d'une paroi verticale servant de clôture et d'une source de sensation visuelle de blancheur, est-ce seulement l'idée de paroi verticale que j'exprime par le mot mur, ou l'idée de paroi verticale blanche ; en d'autres termes, en analysant mon état de conscience, est-ce que je pense : ce mur-blanc est blanc, ou : ce mur est blanc ?

A notre avis, les deux réponses à cette question sont également vraies, mais à des moments différents. Au moment où je m'aperçois pour la première fois qu'il y a des murs d'une autre couleur, je remarque que l'ensemble indécomposé jusqu'alors que j'appelais par exemple mur et dont la blancheur faisait partie intégrante au même titre que la verticalité, contient deux éléments séparables, puisque l'expérience me les a montrés séparés ailleurs, la verticalité et la blancheur. Ce que je continue à appeler mur est devenu pour moi un mur-blanc, et quand j'affirme : ce mur est blanc, je pense en réalité : ce mur-blanc

est blanc. C'est même parce que je constate en lui un mur blanc que j'en affirme l'attribut blanc.

Mais une fois opérée la dissociation ou la discrimination entre la verticalité et la blancheur, par le seul fait que je ne considère plus la blancheur comme constitutive du mur au même titre que la verticalité, mon idée de mur n'est plus la même que précédemment, bien que je continue à l'exprimer par le même mot mur. La blancheur n'en fait plus partie, et c'est justement parce qu'elle n'en fait plus partie que pour exprimer mon état de conscience total je suis obligé dans le jugement de relier, de rattacher au sujet mur le prédicat blanc. A ce moment donc, ma pensée n'est plus : Ce mur-blanc est blanc, mais Ce mur est blanc. Ainsi le nom par lequel nous énonçons verbalement ou mentalement le sujet du jugement peut être pris dans deux sens différents : il désigne à la fois la représentation d'ensemble primitive et cette même représentation dépouillée par abstraction de la qualité qu'y joint comme attribut le jugement où on la prend comme sujet. Autrement dit, le sujet du jugement, qui en contenait le prédicat la première fois qu'on l'a énoncé, au début du processus psychique qui a abouti de la représentation sur laquelle porte le jugement à ce jugement même, ne contient plus ce prédicat une fois que le jugement est formulé.

On voit maintenant pourquoi, comme nous le disions au début de cette analyse, elle ne s'applique qu'au sujet du jugement et non au prédicat. Il est aisé d'en saisir la raison, que suffit à mettre en évidence l'expression que prend le jugement dans le langage. Dans la proposition verbale, tandis que le sujet est un nom ou substantif, le prédicat est un adjectif ; autrement dit le sujet est une notion générale, le prédicat une notion purement abstraite ; le sujet a une extension, le prédicat n'en a pas. Et c'est pour cela que dans l'expression courante du jugement, tandis que le sujet a une quantité, ce qui suppose une extension, puisque la quantité est la partie de l'extension que l'on fait intervenir dans le jugement, le prédicat n'a pas de quantité, et n'en reçoit une que par l'artifice de la quantification du pré-

dicat impliquée dans le principe des conversions, artifice qui, même légitime au point de vue logique, n'exprime pas la réalité véritable de la pensée qui formule le jugement. Quand je dis par exemple : l'homme est mortel, je n'envisage dans le prédicat que la qualité abstraite mortel commune à tous les individus (hommes) dont l'affirme le jugement ; il ne s'y joint aucun élément particulier, variable avec ces différents individus ; en d'autres termes, le contenu de cette idée se réduit à sa compréhension.

42. — Le jugement énonce que la notion prédicat est liée à la notion sujet. Mais puisque celle-ci a pour contenu, non seulement l'ensemble des caractères communs à tous les individus auxquels s'applique cette notion, mais aussi l'ensemble des caractères spéciaux à chacun de ces individus, autrement dit sa généralité à côté de sa compréhension proprement dite, le jugement, pour être précis, devra énoncer si c'est aux éléments communs ou aux éléments variables de la notion sujet qu'est liée la notion prédicat. C'est précisément ce qu'exprime la quantité de la proposition, énoncée par l'indice (*signum* dans la langue scolastique) *tout* ou *quelque* placé devant le sujet. Les propositions universelles signifient que le prédicat est lié à l'ensemble des éléments de la notion sujet qui se retrouvent dans tous les individus auxquels s'applique cette notion, les particulières qu'il est lié à certains des éléments variables de cette notion, c'est-à-dire des éléments qui ne se rencontrent que dans certains (indéterminés) des individus auxquels elle s'applique.

43. — Ce détour un peu long nous a semblé indispensable pour établir l'équivalence logique des quatre interprétations de la proposition attributive que nous avons signalées (21) comme également réelles [1]. Nous jugeons superflu de renou-

1. — Cette équivalence se trouve signalée par Leibniz dans un passage où il rapproche comme ayant la même signification les quatre formules : *Homo est rationalis* (extension), *Homo habet rationalitatem* (inhérence), *Humanitate rationalitas continetur* (compréhension), *Cui inest humanitas, illi inest mortalitas* (connexion) (*Dissertatio praeliminaris in librum Nizolii*, Gerhardt, *Phil.*, T. IV, p. 147).

veler la remarque déjà souvent faite que l'interprétation en extension suppose avant elle l'interprétation en inhérence (on dit souvent à tort en compréhension) [1]. L'interprétation en compréhension ne diffère des interprétations en extension et en inhérence qu'en ce que le sujet y représente une notion abstraite et non des êtres concrets, considérés individuellement ou collectivement dans l'interprétation en inhérence, sous forme globale de classe dans l'interprétation en extension. Autrement dit, le sujet représente dans l'interprétation en inhérence une ou plusieurs images concrètes, dans l'interprétation en compréhension une notion abstraite, dans l'interprétation en extension une notion générale. Mais une notion est générale en même temps qu'abstraite et même, pourrait-on dire, générale avant d'être abstraite, d'abord dans le jugement considéré isolément parce que c'est sa généralité même qui a amené l'esprit à l'abstraire, puisqu'elle n'a été dissociée d'une représentation d'ensemble confuse que parce que l'esprit en a reconnu la présence dans d'autres représentations d'ensemble différentes (40), ensuite et surtout parce que dans le raisonnement c'est sa géné-

1.— « Pour beaucoup de logiciens, le prédicat d'une proposition ne représente ni un être ni une manière d'être, mais une classe dans laquelle on range ou dont on exclut l'être ou les êtres représentés par le sujet. — Sans doute il y a des cas, en histoire naturelle, par exemple, où l'objet que l'on se propose en parlant d'un être est de le classer. Mais lorsqu'on dit d'un certain nombre de personnes qu'elles sont instruites, on est fort loin de penser que les êtres instruits forment une classe et que ces personnes en fassent partie. *Mortel* était réellement, dans la pensée des anciens, le nom d'une classe d'êtres, opposée à celle des immortels : mais ce mot ne réveille plus aujourd'hui que l'idée d'une condition imposée par la nature à tous les êtres vivants. Une remarque suffit d'ailleurs pour faire justice de cette théorie : c'est que, pour ranger un être dans une classe plutôt que dans une autre, il faut avoir une raison, et que cette raison ne peut être qu'une manière d'être qui lui soit commune avec les autres membres de cette classe. Avant de mettre Pierre au nombre des hommes, il faut avoir reconnu qu'il porte en lui-même le caractère de *l'*homme. Or, c'est précisément ce qu'on exprime en disant qu'il est homme. On conclura ensuite de là, si l'on veut, qu'il est au nombre des hommes ; et c'est ce qu'on exprimera en disant, non plus qu'il est homme, mais qu'il est *un* homme. » (LACHELIER, *Et. sur le syll.*, pp. 40-41). — Cf. St. MILL, *Exam. de la phil. de Hamilton*, ch. XXII, et *Logique*, T. I, ch. v, § 3 ; RODIER, *Les fonctions du syllog.*, in *Année philosophique*, 1908, p. 2.

ralité qui permet d'inférer, de passer, selon l'expression courante que nous aurons à préciser, de tous à quelques-uns par la déduction, de quelques-uns à tous par l'induction. Si l'on considère avec nous (41) la notion sujet comme ayant, non seulement une compréhension, mais un contenu dont la compréhension proprement dite n'est qu'une partie, l'élément variable de ce contenu, sa généralité, n'est autre chose que l'extension de la notion énoncée sous forme abstraite. Remarquons qu'en fait, c'est bien ainsi qu'on semble entendre l'extension d'une notion, car si l'on en donne comme définition le nombre des individus auxquels elle s'applique, c'est seulement dans des cas exceptionnels qu'on se soucie de dénombrer exactement ces individus.

L'interprétation en connexion à son tour ne diffère de l'interprétation en compréhension que par le sens donné au sujet du jugement, qui représente dans l'interprétation en compréhension la représentation d'ensemble sous-jacente au jugement dans son intégralité, dans l'interprétation en connexion ce qui reste de cette représentation d'ensemble quand on en a abstrait le prédicat. Autrement dit, l'interprétation en connexion considère le jugement comme synthétique alors que l'interprétation en compréhension le considère comme analytique. Mais comme le jugement est l'un ou l'autre selon le point de vue d'où on l'envisage, ou plus exactement selon le moment que l'on considère dans le processus psychique qui le constitue (41), ces deux interprétations sont logiquement équivalentes.

44. — Si les quatre interprétations de la proposition s'équivalent pour le sens, en tant qu'elles ne font qu'exprimer sous des formes différentes une même désarticulation de la représentation d'ensemble qui sert de support au jugement, elles ne sont pas pour cela également appropriées à l'usage scientifique du jugement. Il en va comme des diverses projections usitées en cartographie qui, bien que représentant également sur une surface plane une même région du globe terrestre, déforment inégalement les contours vrais selon la situation de la région considérée, de sorte qu'il est avantageux de choisir, selon le

cas, tantôt l'une, tantôt l'autre. La science, nous l'avons vu (5), vise à établir, sous le nom de lois, des relations constantes entre phénomènes ou propriétés, c'est-à-dire des relations qui se retrouvent dans tous les cas concrets où se présente l'un de ces phénomènes ou propriétés, en un mot des concomitances ou connexions. Il ne s'agit plus de considérer le sujet comme un être, toujours individuel et en un sens particulier, mais comme une notion abstraite, ce qui élimine les interprétations où le sujet représente un groupe ou une collection d'individus, c'est-à-dire les interprétations en extension et en inhérence. Mais par là se trouve éliminée également l'interprétation dite (improprement) en compréhension, car si le sujet y représente une notion, c'est une notion qui garde encore quelque chose du concret, puisque son contenu renferme, outre la compréhension proprement dite, un élément variable, à savoir la généralité au sens que nous avons donné à ce mot (41). L'interprétation de la proposition dans laquelle la notion sujet est réduite à sa compréhension est l'interprétation en connexion. La proposition ainsi interprétée énonce, ce qui est bien le but de la science, que lorsque telle notion se présentera dans une représentation d'ensemble (c'est-à-dire dans un objet d'expérience) telle autre s'y rencontrera également, soit dans tous les cas (propositions universelles), soit dans certains cas (propositions particulières). C'est donc l'interprétation en connexion qui est, pour une logique utilitaire telle que nous la concevons, la véritable interprétation du jugement, et il n'y a pas lieu de conserver les autres, qui expriment moins commodément la même réalité.

45. — Les indices traditionnels : Tout, Nul, Quelque, Quelque... ne... pas, adaptés aux interprétations en extension et en inhérence, où le sujet représente des individus, conviennent mal à l'interprétation en compréhension, comme l'a justement fait remarquer M. Couturat [1], et à l'interprétation en connexion,

dans lesquelles le sujet représente une notion abstraite. Il est donc utile de chercher une notation mieux adaptée à l'interprétation en connexion. Nous avons vu (13) que le procédé essentiel de l'équipollence consiste, si l'on peut dire, dans une sorte d'émigration de la négation, c'est-à-dire de la qualité, celle-ci étant transportée, selon les formules employées, sur le sujet, la copule ou le prédicat. Il nous semble légitime d'appliquer le même procédé à la quantité. Celle-ci en effet n'est pas, comme l'extension, une propriété intrinsèque du sujet ; il n'y a donc aucune raison d'attacher dans l'expression verbale la quantité au sujet, comme le fait la logique traditionnelle en définissant la quantité de la proposition par celle du sujet ; et l'on peut la transporter sur un autre élément de la proposition, à savoir la copule. Cette *quantification de la copule* donne les équivalences suivantes :

(A) Tout S est P =S est toujours P (A)
(E) Nul S n'est P =S n'est jamais P =S est toujours non-P (A)
(I) Quelque S est P =S est quelquefois P (I)
(O) Quelque S n'est pas P =S n'est quelquefois pas P =S est quelquefois non-P (I)

46. — Mais d'autre part, la copule traditionnelle *est* que nous avons conservée jusqu'à présent et qui, bien qu'adoptée par la logique traditionnelle qui se plaçait presque exclusivement au point de vue de l'extension, ne convient en réalité qu'à l'interprétation en inhérence, est mal adaptée à l'interprétation en connexion, dans laquelle la proposition énonce que la notion prédicat est présente (toujours ou quelquefois) dans les cas où est présente la notion sujet. Il y a donc intérêt à substituer aux expressions traditionnelles les suivantes :

1. — « Au point de vue de la compréhension, on ne peut définir, directement du moins, que les propositions universelles, attendu que des concepts s'incluent ou s'excluent dans leur totalité, et qu'il serait absurde de supposer entre eux une inclusion ou une exclusion *partielle*. » (Couturat, *La Logique de Leibniz*, p. 14).

(A) Tout S est P =P accompagne toujours S (A)

(E) Nul S n'est P =Tout S est non-P =Non-P accompagne toujours S (A)

(I) Quelque S est P =P accompagne quelquefois S (I)

(O) Quelque S n'est pas P =Quelque S est non-P =Non-P accompagne quelquefois S (I)

47. — Cette modification que l'on peut — et que l'on doit selon nous, si l'on cherche à atteindre sous l'expression verbale de la proposition le sens véritable du jugement — apporter aux formules traditionnelles de la quantité, permet de saisir l'équivalence de la quantité et de la *modalité*, à condition de ne pas donner à celle-ci un sens ontologique, en y voyant l'expression de rapports existant entre les idées en soi dans un monde transcendant des vérités éternelles, mais un sens purement positif, fondé sur des expériences concrètes réelles ou possibles. Les propositions *assertoriques* ne sont autre chose que les propositions normales ou courantes, et elles se divisent en propositions universelles et particulières. Les *apodictiques* se confondent avec les universelles et les *problématiques* avec les particulières, conformément au tableau suivant :

(A) S (est toujours) P = { (Tout S est P) est nécessaire / (Quelque S n'est pas P) est impossible }

(E) S (n'est jamais) P = { (Nul S n'est P) est nécessaire / (Quelque S est P) est impossible }

(I) S (est quelquefois) P = (Quelque S est P) est possible (ou contingent)

(O) S (n'est quelquefois pas) P =(Quelque S n'est pas P) est possible (ou contingent).

La réduction que nous effectuons ici de la modalité à la quantité a été effectuée également, mais en sens inverse, par la logique algorithmique contemporaine, qui ne voit dans les propositions particulières que la négation des universelles contradictoires ;

pour elle, par exemple, la proposition I, Quelque S est P, se formulera $S \not\prec P'$ (ou non-P), autrement dit, le caractère P′ n'est pas un élément essentiel de la notion S, S n'implique pas P′. Mais c'est dire que l'implication de P par S dans l'universelle Tout S est P est nécessaire, l'implication de P′ par S dans la particulière Quelque S est P contingente.

Il est aisé de voir pourquoi la logique symbolique, en reconnaissant comme nous la parenté de la quantité et de la modalité, effectue la réduction de l'une à l'autre dans le sens contraire à celui que nous prenons nous-mêmes. Pour ces logiciens, la proposition n'a pas, comme ils disent, de « portée existentielle » ; en d'autres termes, la notion n'est pas générale, mais seulement abstraite ; elle n'a pas d'extension (ou, comme nous disons, de généralité), et son contenu se réduit à sa compréhension. Dès lors, il ne peut plus y avoir entre les notions d'autre relation qu'une compatibilité (ou une incompatibilité) essentielle, compatibilité qui peut être soit nécessaire (propositions apodictiques, correspondant aux universelles), soit possible (propositions problématiques, correspondant aux particulières). Mais, à notre point de vue, la compatibilité essentielle de deux notions n'a d'autre critère que la réalité ou tout au moins la possibilité de leur connexion en fait dans des objets concrets ; la compatibilité est nécessaire ou contingente selon que la liaison de fait est universelle ou particulière. Autrement dit, alors que ces logiciens dénient la portée existentielle même aux propositions particulières, nous l'attribuons même aux universelles.

48. — Quel est donc le rapport des propositions particulières aux universelles ? Remarquons d'abord qu'il est toujours possible de transformer une universelle en particulière. Soit par exemple la proposition universelle : Tout mammifère est vertébré. Nous pouvons la remplacer par une autre universelle dans laquelle son sujet devient l'épithète d'un terme plus général dont nous ferons le sujet de la proposition nouvelle, par exemple : Tout animal mammifère est vertébré. Mais cette proposition universelle à sujet complexe peut à son tour être remplacée par une particulière : Quelque animal est vertébré.

Cette possibilité de substituer à une proposition universelle une particulière nous indique le moyen de substituer inversement une universelle à une particulière. Quelle différence en effet y a-t-il entre la proposition : Quelque animal est vertébré prise en elle-même et cette même proposition considérée comme tirée de : Tout (animal) mammifère est vertébré ? Cette proposition universelle énonce la condition à laquelle est soumis l'animal pour être vertébré ; elle peut être mise sous la forme d'une proposition hypothétique : Si un animal est mammifère, il est vertébré. Parallèlement, la proposition particulière : Quelque animal est vertébré, peut se mettre sous la forme hypothétique : Si un animal est (?), il est vertébré. Ces deux sortes de propositions sont donc pour le sens des propositions hypothétiques, les universelles des hypothétiques *déterminées*, les particulières des hypothétiques *indéterminées*. La particulière, comme l'universelle, énonce que la possession de l'attribut (vertébré) par le sujet (animal) est liée à la possession par ce sujet d'une certaine détermination. Mais pour l'universelle cette détermination est énoncée dans la proposition par l'épithète ajoutée au sujet et qui peut à elle seule jouer le rôle de sujet, tandis que dans la particulière elle reste pour ainsi dire en blanc. On a :

(A) Tout mammifère est vertébré =Tout (animal) mammifère est vertébré (A)

(I) Quelque animal est vertébré = Tout animal-x est vertébré (A)

49. — Le rapport que nous venons d'établir entre les propositions universelles et particulières permettrait, croyons-nous, de donner un sens à l'opposition, traditionnelle depuis Kant, entre jugements analytiques et jugements synthétiques, et qui, si on la prend dans un sens purement psychologique, ne repose que sur une équivoque verbale. Nous avons vu (41) que le même nom employé pour désigner le sujet d'un jugement correspond à deux réalités psychiques différentes aux deux moments du processus du jugement, le moment préliminaire et le moment définitif. N'importe quel jugement est analytique en tant que l'esprit découvre par analyse dans la représentation d'ensemble sous-jacente la qualité ou élément logique qu'il affirme du sujet, synthétique en tant qu'après cette découverte il relie le prédicat au sujet qui n'est plus que ce qui reste de la représentation d'ensemble quand on en a extrait le prédicat. Prenons comme exemple le jugement dont Kant a fait le type des jugements analytiques : Tous les corps sont étendus. On a raison en un sens de dire que l'étendue est contenue comme élément dans la représentation de corps, parce que ce qui me permet de rattacher au sujet corps la qualité étendu, c'est que ce sujet corps (*non-étendu*) a été obtenu par analyse de la représentation totale corps-étendu ; mais on a tort en un autre sens, puisque quand j'affirme que le corps est étendu, je relie l'étendue à ce qui reste de ma représentation originelle de corps-étendu quand j'en ai extrait l'extension, donc je relie l'étendue à une notion corps qui ne contient pas l'élément étendue, ce qui est la définition même du jugement synthétique.

Mais si l'opposition entre jugements analytiques et jugements synthétiques n'a pas de sens au point de vue psychologique ; si d'autre part nous ne saurions lui donner une signification métaphysique supposant une correspondance entre nos jugements et une vérité transcendante, existant en soi, pour la raison que cette vérité en soi, à supposer qu'elle existe, nous est inaccessible par essence, on peut donner à cette opposition un sens logique, en identifiant jugements analytiques et propositions universelles, jugements synthétiques et propositions particulières. Un jugement universel est analytique en ce que, ce jugement énonçant une connexion universelle entre le sujet et le prédicat, on est sûr (le jugement universel étant supposé vrai) que toute représentation d'ensemble contenant comme élément logique le sujet contiendra également le prédicat ; on pourra donc considérer ce prédicat comme contenu, au moins implicitement, dans la compréhension du sujet. Le prédicat d'un jugement particulier, au contraire, ne peut être considéré

comme contenu dans la compréhension du sujet puisqu'il n'accompagne ce sujet que dans certains cas, dans certaines représentations d'ensemble ; la relation entre le sujet et le prédicat est donc synthétique, et l'on en peut dire autant du jugement qui énonce cette relation.

L'assimilation que nous venons d'établir entre propositions particulières et jugements synthétiques ne vaut que pour les particulières définitives (I′ et O′). Pour les particulières provisoires (I et O), elles sont, comme nous l'avons vu (23), des universelles virtuelles et contiennent implicitement un aveu d'ignorance. Nous ne savons pas si la connexion entre le sujet et le prédicat que nous avons constatée dans certains cas se retrouve ou non dans les autres cas, possibles ou réels, mais inconnus de nous, où se présente le sujet. Par suite, il est impossible de décider si la relation entre le sujet et le prédicat est ou non constante, et par suite si le jugement qui exprime cette relation est analytique ou synthétique.

Mais il faut remarquer que la distinction logique que nous établissons ici entre jugements analytiques et synthétiques a l'avantage, par opposition à la distinction psychologique que nous avons critiquée, d'être stable et permanente. Il est certain que nous ne pouvons jamais être assurés qu'un jugement tenu actuellement pour universel, donc analytique, conservera toujours ce caractère ; par rapport à la vérité en soi ou plus exactement à la vérité future, nos jugements universels ne sont que provisoirement universels, et par suite viennent coïncider avec les particulières I et O. Mais si un progrès ultérieur de la connaissance peut rendre synthétique un jugement tenu jusqu'alors pour analytique, il ne saurait inversement transformer en analytique un jugement synthétique de la forme I′ ou O′. Si je dis que tous les cygnes sont blancs, c'est que je n'en ai encore rencontré aucun qui ne le soit pas, et il peut se faire que je vienne à en rencontrer ; mais si je dis que quelques cygnes seulement sont blancs, c'est que j'en ai rencontré qui ne le sont pas à côté de ceux qui le sont, et aucune expérience future ne pourra détruire cette expérience passée.

50. — Nous devons donner raison à la logique scolastique d'avoir négligé — à dessein ou par un heureux oubli [1] — les propositions interrogatives. L'interrogation ne répondant qu'à une attitude subjective, au travail de recherche de la vérité (22), il convient, après l'avoir mentionnée à titre de réalité psychique, de la laisser tomber comme inutile pour la logique, dont l'objet n'est pas de rechercher la vérité, mais de la fonder, que ce travail de démonstration prenne en fait la forme inventive ou la forme justificative (26). Plus précisément, l'interprétation que nous avons présentée (48) des propositions particulières nous permet de réduire les interrogatives aux particulières, de sorte que leur maintien dans notre formulaire logique ferait double emploi. Le doute qui est l'attitude mentale caractéristique de l'interrogation (22) est l'équivalent de l'indétermination qui est le trait distinctif de la proposition particulière. Dire : Quels animaux sont vertébrés ? et : Quelque animal est vertébré, c'est tout un ; cela revient à dire dans les deux cas : L'animalité est accompagnée de la possession de vertèbres quelquefois, sous certaines conditions que j'ignore actuellement et que j'espère découvrir.

Cette parenté foncière de la particularité, c'est-à-dire de l'indétermination, et de l'interrogation est confirmée par la philologie. La plupart des philologues ont signalé que dans les

1. — On peut, croyons-nous, expliquer historiquement cette négligence. La scolastique s'est inspirée d'ARISTOTE, en l'interprétant à tort ou à raison dans le sens d'une métaphysique réaliste. Dans cette interprétation, les idées sont considérées comme ayant une existence en soi, constituant un monde à part, le monde des genres d'ARISTOTE, des Idées de PLATON, séparé du monde sensible chez celui-ci, immanent à lui chez l'autre, mais pour tous deux extérieur à l'esprit, qui se borne à le contempler. Dans ce monde intelligible, certaines idées entretiennent entre elles des rapports de parenté ; d'autres au contraire sont étrangères ou même hostiles les unes aux autres. D'autre part, la pensée est réglée sur l'être. Le jugement affirmatif constate la compatibilité, le jugement négatif l'incompatibilité de deux idées, qui jouent le rôle de sujet et d'attribut ; mais comme il n'y a pas de *tertium quid* entre la compatibilité et l'incompatibilité des idées dans l'être, il n'y en a pas non plus entre l'affirmation et la négation dans la pensée considérée comme exprimant l'être, et par suite il n'y a pas de place pour l'interrogation.

langues indo-européennes les mêmes adverbes ou pronoms ont à la fois le sens interrogatif et le sens indéfini. Πως signifie à la fois En quelque sorte et Comment ? ; on en dirait autant de που ποτε. Τις veut dire à la fois Quelque et Qui ?, *Quando* : Quelquefois et Quand ?. Il est bien difficile de déterminer dans quel sens s'est fait, au cours de l'évolution linguistique, le passage de l'une des significations à l'autre ; nous croirions volontiers que le même mot avait au début les deux sens à la fois, sous une forme mixte que précisait au besoin l'intonation (l'accent qui distingue en grec les interrogatifs des indéfinis correspondants). Quoi qu'il en soit, proposition interrogative et proposition particulière se rejoignent au point de vue logique, étant l'une et l'autre une affirmation indéterminée.

51. — L'expression verbale que nous avons donnée des propositions particulières nous permet encore de réfuter à la fois l'opinion admise à une certaine époque par les logiciens et assimilant les propositions singulières à des particulières [1], et l'opinion inverse, défendue en particulier par Leibniz [2] et devenue classique, qui assimile les propositions singulières aux universelles, pour ce motif que l'extension de leur sujet étant restreinte à un individu unique, il est impossible de fractionner cette extension pour n'en considérer qu'une partie [3].

Mais si, comme nous venons de le dire, la proposition univer-

1. — « Hospinianus singulares ait particularibus aequipollere, cum communi Logicorum schola » (Leibniz, *De arte combinatoria*, édit. Gerhardt, *Phil. Schr.*, T. IV, p. 48).

2. — Leibniz, *ibid.*, p. 51 et *Nouveaux Essais*, IV, 17, § 8 : « On comprend (quant à la forme) les propositions singulières sous les universelles. Car quoiqu'il soit vrai qu'il n'y a qu'un seul saint Pierre l'apôtre, on peut pourtant dire que quiconque a été saint Pierre l'apôtre a renié son Maître. Ainsi ce syllogisme : saint Pierre a renié son Maître, saint Pierre a été Disciple, donc quelque disciple a renié son Maître, quoi qu'il n'y ait que des propositions singulières, est jugé de les avoir universelles affirmatives, et le mode sera *Darapti* de la 3e figure. »

3. — « Il n'y a pas de différence entre des concepts singuliers et des concepts universels : Emmanuel Kant signifie au point de vue logique : Tous les Emmanuel Kant. » (Schopenhauer, *Le monde etc.*, appendice au L. I, ch. ix, Trad. franç., t. II, p. 239).

selle Tout S est P peut et doit pour le sens se mettre sous la forme : S est toujours P, et la particulière Quelque S est P sous la forme : S est quelquefois P, inversement devra être considérée comme une particulière toute proposition dans laquelle, le sujet étant dépourvu de l'indice quantitatif que la logique traditionnelle ajoute à ce sujet quand il consiste dans un terme abstrait, la copule pourra recevoir l'indice *quelquefois*. Or il est manifeste que ce cas peut se présenter aussi bien quand le sujet est individuel, c'est-à-dire un terme concret, par exemple un nom propre, que quand c'est un terme abstrait. Soit par exemple les deux propositions Kant est homme et Kant est malade, qui sont toutes deux des individuelles ; il est évident qu'elles peuvent et même doivent, si l'on veut en exprimer le sens précis, se mettre sous la forme :

Kant est toujours mortel = Tout Kant est mortel (A)
Kant est quelquefois malade = Quelque Kant est malade (I).

Cette distinction permet de comprendre pourquoi les propositions singulières qui correspondent à des particulières ne peuvent trouver place dans le raisonnement déductif que sous certaines conditions, qui sont précisément les mêmes que pour les particulières ordinaires. Il suffit de signaler les cas où aucune proposition singulière, qu'elle soit à signification universelle aussi bien qu'à signification particulière, ne peut trouver place dans le syllogisme, et qui par suite laissent sur le même plan ces deux sortes de propositions individuelles. Par exemple, il sera impossible dans un syllogisme en *Barbara* de prendre comme sujet de la majeure le terme singulier Socrate, que cette majeure soit une singulière universelle (Socrate est homme) ou une singulière particulière (Socrate est malade). C'est que la première figure (et on en dirait autant *mutatis mutandis* de la seconde), descendant du général au spécial, c'est-à-dire, au point de vue de l'extension ou de l'inhérence, d'une classe à une autre classe qui y est contenue comme la partie dans le tout, on ne voit pas de classe exprimée par un terme simple qui puisse jouer ce

rôle par rapport à Socrate. On pourrait d'ailleurs prendre un terme individuel comme sujet de la majeure d'un syllogisme en *Barbara* par exemple, en créant, au moyen d'un terme complexe, cette classe subordonnée ; par exemple dans ce syllogisme :

Socrate est mortel
Or Socrate malade est Socrate
Donc Socrate malade est mortel.

Sous cette réserve, une proposition singulière quelconque ne peut pas jouer dans un syllogisme des deux premières figures le rôle de majeure ; mais elle peut y jouer le rôle de mineure, et aussi bien une singulière particulière qu'une singulière universelle ; par exemple :

Tout malade est mortel	(DAr)
Or Socrate est (quelquefois) malade	(I)
Donc Socrate est (quelquefois) mortel	(I)

est tout aussi concluant que :

Tout homme est mortel	(BAr)
Or Socrate est (toujours) homme	(bAr)
Donc Socrate est (toujours) mortel	(A)

Mais cela tient précisément à ce que ces figures admettent une mineure et une conclusion particulières aussi bien qu'une mineure et une conclusion universelles ; *Darii* est aussi concluant que *Barbara* et *Ferio* que *Celarent*.

De même, dans la troisième figure, la singulière particulière peut trouver place aussi bien dans la majeure que dans la mineure, parce que cette figure admet des propositions particulières aussi bien dans l'une que dans l'autre des prémisses ; par exemple, pour nous restreindre aux modes affirmatifs, la majeure est particulière dans *Disamis*, la mineure dans *Datisi*.

Mais ce qui prouve bien la différence entre les propositions singulières particulières et les singulières universelles, c'est que dans le cas où un syllogisme de la troisième figure a ainsi pour

prémisses deux propositions singulières (ce que la scolastique appelait *syllogismus expositorius*, dont on peut prendre comme exemple celui que donne Leibniz dans le passage cité plus haut (p. 74, note 2), il est impossible que ces deux propositions soient à la fois des singulières particulières, par application de la règle générale : *Nil sequitur geminis e particularibus unquam.* Soit en effet le syllogisme :

Socrate est (quelquefois) jeune	(I)
Socrate est (quelquefois) malade	(I)
Donc quelque malade est jeune.	

Il est évident que la conclusion ne résulte pas des prémisses, car nous ne savons pas si le Socrate qui est malade est le même que le Socrate qui est jeune ; Socrate peut n'avoir été malade que dans sa vieillesse. Ici comme dans le cas général, la règle *Nil sequitur geminis* n'est qu'un corollaire de la règle *Aut semel aut iterum medius generaliter esto ;* et même dans ce cas où le moyen terme est un individu singulier, s'il était pris les deux fois dans une partie seulement de son extension, ces deux parties étant indéterminées, rien n'en garantirait l'identité même partielle.

52. — Les complications qu'entraînent pour la logique scolastique les propositions négatives peuvent, à leur tour, être supprimées si, ici encore, on recherche l'utilité logique sous la signification psychique. La négation envisagée au point de vue psychique, comme attitude mentale, consiste à rejeter une affirmation posée antérieurement à titre de vérité ou tout au moins d'hypothèse. Les logiciens se sont demandé si la négation porte sur la copule ou sur le prédicat. Nous verrons tout à l'heure que cette question est dénuée d'intérêt au point de vue logique ; mais au point de vue psychique la négation porte sur l'ensemble de la proposition considérée comme affirmative d'abord : L'homme n'est pas parfait = (L'homme est parfait) est une erreur. Ce rejet d'une proposition affirmative peut, comme toutes les séparations, se nuancer soit d'hostilité, soit de regret. Dire : Ce mur n'est pas haut, ce n'est pas seulement constater

sa qualité positive d'avoir une certaine hauteur médiocre, c'est en outre regretter qu'il n'ait pas la hauteur qui semble nécessaire pour qu'il remplisse sa fonction, qui est de s'opposer à l'escalade. De même si je dis : La cathédrale de Laon n'est pas achevée, je ne constate pas simplement qu'elle présente le caractère d'être incomplète, je regrette qu'il lui manque quelque chose. Pour l'hostilité, dire : La terre ne tourne pas, c'est s'opposer aux conceptions qui affirment le contraire. Enfin, l'hostilité et le regret peuvent se combiner ; ainsi, dire : L'âme n'est pas immortelle, ce pourra être, non seulement affirmer sa mortalité, mais en outre à la fois combattre la thèse spiritualiste et regretter qu'elle semble insoutenable. En somme, hostilité ou regret, la négation, quand elle existe réellement dans l'esprit et n'est pas uniquement l'effet d'une expression vague ou d'une insuffisance du vocabulaire, correspond à une attitude mentale spéciale, bien que subordonnée à l'affirmation, puisqu'elle est précisément le rejet d'une affirmation d'abord posée ou reçue. Elle exprime un progrès de la connaissance, le rejet d'une pseudo-vérité reconnue fausse, ce qui implique la substitution d'une vérité vraie, si l'on peut dire, à cette pseudo-vérité.

Cette analyse psychologique de la négation est confirmée par l'examen de son expression grammaticale. Elle s'énonce toujours dans le langage par l'intermédiaire d'une proposition affirmative à laquelle est joint un signe marquant la négation, et dont l'étymologie semblerait précisément lui donner un sens correspondant à l'idée d'une séparation. On a rattaché οὐκ à ἐκ, *ex*, ou à εἴκω (racine *Fik* = s'en aller), dont on a rapproché *vīto*, *veto*, *vacuuus ; nego* (*negumo*), à γυμνός et à la racine *ng* qui marque dépouillement (allemand *nackt*, anglais *naked*). En résumé, soit dans le langage, soit tout au moins dans la pensée, la négation serait le rejet d'une affirmation antérieure.

Mais, s'il en est ainsi, la négation est dépourvue d'intérêt pour la logique, qui ne se préoccupe que d'énoncer le vrai, sans se soucier des processus psychiques par lesquels l'esprit est parvenu à cette vérité. Le rôle de la proposition étant d'énoncer

qu'il existe entre le sujet et le prédicat une certaine relation, qu'exprime la copule, il nous semble qu'on ne peut conserver de la logique traditionnelle l'idée d'une copule négative, c'est-à-dire d'une copule qui, contrairement à l'étymologie, sépare. La négation n'étant que l'énoncé d'une absence de relation, la proposition, qui doit énoncer une relation entre le sujet et le prédicat, doit par essence être affirmative ; et lorsqu'elle se présente sous forme négative, il suffit, pour lui donner la forme affirmative adaptée à son rôle logique, de transporter, par obversion (17), la négation de la copule sur le prédicat. Ce qui importe, ce n'est pas de savoir que le sujet homme ne possède pas l'attribut perfection, mais de savoir si et dans quelle mesure il possède l'attribut imperfection, ou, en termes de connexion, dans quelle mesure les caractères humanité et imperfection s'accompagnent dans des représentations d'ensemble. Ainsi il est non seulement légitime, mais encore nécessaire au point de vue du sens, de transformer une proposition qui se présente sous la forme E en une proposition A. Si l'on désigne par non-P (ou P′) une notion telle qu'elle se trouve partout où ne se trouve pas la notion P et soit absente dans tous les cas où se trouve celle-ci, il est manifeste que P′ accompagne S équivaut à P n'accompagne pas S [1]. Ajoutons que la proposition A ainsi obtenue n'est dite indéfinie que parce qu'on songe au procédé par lequel on y est arrivé, à savoir le transfert de la négation de la copule sur le prédicat de la proposition primitive ; en soi, pour sa signification propre, le prédicat immortel n'est pas plus indéfini que le prédicat mortel, il désigne une qualité tout aussi positive ; et si dans nombre de cas on est obligé de recourir au symbole non-P (par exemple non-riche ou non-blanc) par suite de l'absence dans la langue d'un mot spécial pour exprimer cette idée,

1. — Nous avouons ne pas voir en quoi l'obversion, légitime au point de vue de l'extension, ne le serait pas au point de vue de la compréhension, comme l'a soutenu M. Liard (*Logique*, pp. 24-25) ; car, pour reprendre son exemple, de quel droit pourrait-on dire (en extension) que l'homme fait partie de la classe des non-quadrupèdes, si l'on ne pouvait dire (en compréhension) que la non-quadrupédité est un élément de la notion humanité ?

il y a là une circonstance contingente qui n'affecte en rien la valeur du prédicat ni le sens de la proposition.

Il va sans dire qu'on pourrait répéter à propos de la proposition O ce que nous venons de dire de la proposition E ; par exemple il est à la fois légitime et avantageux de substituer à la proposition : Quelque animal n'est pas vertébré la proposition : Quelque animal est invertébré.

53. — En ce qui concerne maintenant la proposition O′, il n'est même pas nécessaire, pour la transformer en une proposition affirmative de sens équivalent, de transporter la négation de la copule sur le prédicat ; une proposition O′ est équivalente à une proposition I′ ayant même sujet et même prédicat, de sorte qu'on peut dans une particulière négative O′ supprimer purement et simplement la négation sans modifier la signification véritable de cette proposition. Par exemple, dire : Quelque homme (seulement) n'est pas riche et : Quelque homme (seulement) est riche, c'est tout un.

Il est aisé de démontrer la vérité de cette assertion, qui peut au premier abord sembler paradoxale. Enoncer que quelque S seulement est P, c'est énoncer (en inhérence) qu'il y a, à côté des S qui sont P, d'autres S qui ne le sont pas, autrement dit (en connexion) à côté des cas où P accompagne S des cas où il ne l'accompagne pas. Et d'autre part, comme à côté de ces S qui ne sont pas P, il y a ceux dont j'ai affirmé expressément qu'ils sont P, les S qui ne sont pas P ne sont qu'une partie de tous les S. Donc l'affirmation explicite d'une proposition I′ se double de l'affirmation implicite d'une proposition O′. De même, l'affirmation explicite d'une proposition O′ se double de l'affirmation implicite d'une proposition I′. Sous forme abstraite, la démonstration se présenterait de la manière suivante. Chacune des propositions I′ et O′ équivaut à la négation simultanée de A et de E (23). Ces deux négations étant simultanées, il n'y a pas entre elles d'antériorité, et par suite les deux systèmes de deux négations sont équivalents. Dans les notations de la logique symbolique, on aurait :

$$I' = (-E)\ (-A) \qquad 1)$$
$$O' = (-A)\ (-E) \qquad 2)$$

Mais la multiplication logique étant commutative, on a :

$$(-E)(-A) = (-A)(-E)$$

d'où, en égalant les premiers membres des égalités 1) et 2), dont les seconds membres sont égaux :

$$I' = O' \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

Cela est d'ailleurs manifeste par la seule inspection du schème circulaire des propositions particulières qui, comme nous l'avons fait remarquer (23), ne symbolise rigoureusement que les propositions I′ et O′, et qui représente de la même façon la particulière affirmative et la particulière négative. Si donc on dégage l'esprit sous la lettre, le sens sous l'expression verbale, il n'y a qu'une seule proposition particulière où l'indice Quelques ait le sens de quelques-uns seulement, qu'on énonce verbalement cette proposition sous l'une ou l'autre des formes I′ et O′. Nous représenterons cette proposition par le symbole Y.

54. — A côté des propositions attributives, nous avons signalé (20) des propositions énonçant une action et d'autres énonçant une relation. Mais ces propositions peuvent et même doivent, en vue de leur utilisation logique, se mettre sous la forme attributive.

En ce qui concerne les premières , la scolastique avait déjà signalé le moyen de les transformer en propositions attributives par substitution au verbe actif du verbe attributif *être*, suivi du participe du verbe actif, qui jouait le rôle de prédicat. Le cheval hennit = Le cheval est hennissant. L'action de hennir est une qualité du cheval au même titre que d'être quadrupède ou herbivore. La substitution indiquée par la logique traditionnelle n'est donc pas un simple artifice verbal ; elle est une mise en forme réellement logique de la proposition.

Mais, dira-t-on peut-être, ces propositions à verbe neutre ou intransitif ne sont pas les véritables propositions d'action ; celles-ci ont comme verbe un verbe *actif* ou transitif ; elles indi-

quent une action du sujet sur autre chose (l'enfant mange sa soupe) ou tout au moins une relation du sujet à autre chose (le paysan va au marché). Dans ces propositions, le prédicat véritable est le complément direct ou indirect, et la copule, c'est-à-dire ce qui relie le prédicat au sujet, est le verbe tout entier. Par suite, mettre la proposition : L'enfant (mange) sa soupe sous la forme : L'enfant est (mangeant sa soupe), serait cette fois un pur artifice verbal qui masquerait la signification véritable du jugement que la proposition a pour office d'exprimer.

Nous pourrions à notre tour, par un appel à la science du langage, contester cette interprétation du rôle du verbe actif. Selon Bréal [1], en particulier, la forme primitive du verbe était le verbe neutre, et sa transformation en verbe actif n'est qu'une manifestation particulière de la *force transitive des mots*, dont un autre exemple est fourni par la transformation des adverbes en prépositions. Le verbe exprimait d'abord une action terminée, complète; la proposition : Je marche, se suffisait à elle-même comme La pluie tombe ou Le soleil brille. Mais si cette action était complète, il était cependant naturel qu'on cherchât à la spécifier et qu'à la suite du verbe arrivât tel ou tel mot qui pouvait, dans certains cas déterminés comme lorsqu'il s'agissait de préciser la direction de l'acte indiqué par le verbe, être à l'accusatif. Mais peu à peu, en vertu de la force transitive, le terme qui servait de complément indirect est devenu complément direct ; le verbe, au lieu d'être un point d'arrêt, est devenu un lieu de passage, s'agglutinant le régime qui devenait ainsi nécessaire pour en compléter le sens, puisque ce sens était devenu incomplet. Soit par exemple la racine *pat*, qui correspond à l'idée d'un mouvement rapide dans une direction ou une autre (πίπτω, ἵπταμαι, πέτομαι, *impetus*, *petere*). *Petere* a dû signifier primitivement marcher. Pour déterminer plus spécialement ce sens, indiquer où tendait le mouvement, on a pu mettre un nom à l'accusatif : *petere Urbem*. Mais ce seul fait,

1. — *Essai de sémantique*, 3e édit., Paris, 1904, chap. XX et p. 229.

en raison de la force transitive, a déterminé peu à peu une modification du sens. Le sens, qui s'arrêtait d'abord au verbe, a, si l'on peut dire, contracté en même temps que l'habitude le besoin de se compléter par le substantif ; le verbe est devenu actif et, au lieu de se borner à exprimer l'idée d'un acte existant dans un agent comme une qualité ou détermination de celui-ci, a exprimé une action qui, partant du sujet, aboutit au régime en passant par le verbe. De là pour *petere* le sens de chercher et au figuré de demander, qui se retrouve aussi dans ἱκνέομαι. On pourrait multiplier les exemples de cette transformation de verbes neutres en verbes actifs.

S'il en est ainsi, l'essence des propositions d'action est bien d'exprimer une action, c'est-à-dire en somme une qualité du sujet, et non, même dans le cas des propositions à verbe transitif, de mettre en relation le sujet et le régime par le verbe jouant le rôle de copule. Peu importe d'ailleurs, car si l'on tient à cette dernière interprétation, les propositions d'action ne sont qu'une espèce des propositions de relation, et celles-ci, nous l'allons voir, se réduisent sans peine à des propositions attributives.

55. — Prenons comme exemple un jugement énonçant une relation spatiale comme Le canif est à côté du crayon. Quelle différence y a-t-il entre les deux formules de ce même jugement qui en font, l'une une proposition de relation : Le canif (est à côté du) crayon, l'autre une proposition attributive : Le canif est (contigu au crayon) ? Aucune, sinon que la première donne de la représentation d'ensemble sous-jacente au jugement une expression esthétique, la seconde une expression logique. La première exprime en bloc la perception visuelle qui me présente à la fois, avec beaucoup d'autres choses formant si l'on peut dire toile de fond ou lointains, un canif et un crayon placés côte à côte. Ce qui retient ici mon esprit, c'est l'ensemble du canif et du crayon ; ils sont sur le même plan — le premier plan — et ne forment pour ainsi dire qu'un seul objet ; la preuve en est que je pourrai adopter à l'égard de ce tableau des

perspectives, des points de vue différents, et dire : Le crayon est à côté du canif, ou Le crayon et le canif sont à côté l'un de l'autre, tout aussi bien que Le canif est à côté du crayon. Ce qui m'intéresse dans ce cas, c'est l'ensemble et c'est cette vue d'ensemble qu'exprime la proposition de relation.

Mais supposons qu'ayant besoin du canif, je le cherche et ne l'aperçoive pas. Je me demande où il est et, par le fait de me poser une question *à son sujet*, j'en fais le sujet du jugement (40). La réponse est : Le canif est (à côté du crayon), et la situation à côté du crayon est une qualité (au moins momentanée) du canif au même titre que sa couleur ou sa longueur ou le fait d'être plus ou moins aiguisé.

Ce que nous venons de dire des propositions de relation se transporte à celles qui énoncent une action. En face de la perception visuelle d'un enfant qui bat un chien, je puis m'intéresser à l'ensemble, au spectacle, et dans ce cas je pourrai dire également, entre autres expressions : L'enfant bat le chien, Le chien est battu par l'enfant, Il y a une correction du chien par l'enfant. Mais si je m'intéresse spécialement à l'un des personnages de ce petit drame, il passera au premier plan, deviendra le sujet de la proposition, qui deviendra elle-même une proposition attributive, la qualité de battre le chien étant au moment considéré un attribut, une détermination de l'enfant. Et cela est si vrai que si, m'intéressant dans cette scène, non à l'agent, mais au patient, j'en veux par suite faire le sujet de la proposition, je devrai recourir à la voix passive : Le chien est battu par l'enfant. Il est facile de voir par cet exemple que si, pour exprimer verbalement ce jugement d'action-passive, qu'on nous passe cette alliance de mots insolite, les langues à flexions conservent au verbe le rôle de copule apparente, la formule qu'en donnent les langues analytiques est une proposition attributive à copule *est*, ce qui montre l'équivalence logique des deux tournures.

Prenons un autre exemple, où la relation entre le sujet et le prédicat sera une relation de parenté. La proposition Pierre (est fils de) Paul envisage comme une sorte de tableau abstrait l'ensemble de Pierre et de Paul, avec le lien de parenté qui les unit. Ici aussi, je pourrai, par un changement de perspective, prendre pour sujet l'un ou l'autre de ces individus ; Paul (est père de) Pierre sera en quelque sorte le passif de Pierre (est fils de) Paul. Mais ici encore, si je m'intéresse exclusivement à l'un de ces individus, si je recherche par exemple les propriétés de Pierre, sa parenté par rapport à Paul ne sera plus qu'une de ses qualités au même titre que d'être Français, d'être instruit ou d'avoir quinze ans, et je dirai : Pierre est (fils de Paul).

L'équivalence logique que nous venons d'établir est, pour le dire en passant, le fondement de l'inférence asyllogistique signalée par Leibniz à la suite de Jungius sous le nom d'*inversion de relation* (p. 167, n. 1), et qui consiste à passer de l'actif au passif soit dans le verbe : Dieu punit l'homme justement, donc l'homme est puni justement (par Dieu), soit dans le substantif : David est père de Salomon, donc Salomon est fils de David, soit dans l'adjectif : Pierre est semblable à Paul, donc Paul est semblable à Pierre. Dans ce dernier exemple, le passage de l'actif au passif est masqué, l'adjectif semblable énonçant une relation réversible (comme pour le verbe : Joseph a épousé Marie, donc Marie a épousé Joseph, ou pour le substantif : Albert est le frère d'André, donc André est le frère d'Albert) ; mais le cas serait le même avec une relation irréversible, par exemple : 3 est plus grand que 2, donc 2 est plus petit que 3.

M. Lachelier [1] a pourtant distingué comme foncièrement hétérogènes et irréductibles les propositions attributives qu'il appelle propositions d'inhérence et les propositions de relation. Il énumère comme étant de ce genre « les rapports de causalité, d'égalité ou d'inégalité dans le nombre ou dans la grandeur, de succession, de situation géographique, etc. » (p. 42).

Nous reviendrons plus loin (57) sur la relation de causalité. En ce qui concerne les relations de succession, de situation géographique, etc., nous croyons inutile d'y insister et M. Lache-

1. — *Etudes sur le syllogisme*, pp. 41-46.

LIER nous accorderait sans doute qu'elles sont sans grand intérêt pour la science qui ne s'occupe que du général, en tant que ce sont si l'on peut dire des relations historiques au sens qu'on donne au mot fait historique en entendant par là un fait individuel, unique en son genre et qui ne saurait se reproduire. Au reste, il serait aisé d'étendre à ces relations spéciales ce que nous avons dit en général des propositions de relation.

Nous ne sommes donc plus en présence que des relations d'égalité ou d'inégalité mathématique, qui sont d'ailleurs celles sur lesquelles M. LACHELIER fait porter son principal effort. Pour s'opposer à l'expression de ces relations par des propositions attributives et par exemple à la substitution de : Fontainebleau est (moins grand que Versailles) à Fontainebleau (est moins grand que) Versailles, il invoque deux arguments : le caractère factice que présenterait le prédicat de la proposition nouvelle, et l'impossibilité pour des propositions de ce genre de se prêter à des syllogismes normaux.

Sur le premier point d'abord, « Moins grand que Versailles, dit M. Lachelier, ne représente pas, comme sain ou agréable à habiter, une manière d'être inhérente à Fontainebleau. Si Versailles était anéanti et si Fontainebleau continuait à exister, Fontainebleau cesserait d'être moins grand que Versailles sans qu'il y eût rien pour cela de changé en lui. Moins grand que Versailles n'exprime, à l'égard de Fontainebleau, qu'une relation, qui ne réside pas en lui, qui ne réside pas davantage dans Versailles, qui n'existe en réalité que dans notre esprit, et au moment même où il nous plaît d'instituer une comparaison entre ces deux villes. » Rien de plus exact, mais si on laisse de côté, comme étrangère aux préoccupations purement logiques, l'hypothèse de la réalité d'un monde objectif, il n'y a là aucune différence entre les propositions de relation et les autres. Pour l'esprit humain, toutes les connaissances se réduisent à des relations entre représentation, et toutes ces relations sont exprimables par des propositions attributives.

M. LACHELIER se demande ce qui arriverait si, Fontainebleau continuant à exister, Versailles était anéanti. Il arriverait tout simplement ceci, qu'il n'y aurait plus de proposition : Fontainebleau est moins grand que Versailles, de sorte qu'il n'y aurait plus à se demander quels en sont réellement la copule et le prédicat. Pourquoi nous arrêter dans la voie des suppositions ? Pourquoi ne pas supposer anéanti aussi bien Fontainebleau que Versailles, auquel cas il n'y aurait plus de sujet de la proposition, et pourquoi ne pas me supposer aussi anéanti, moi qui juge, auquel cas il n'y aurait plus de jugements du tout ? Nous tirerons du texte même de M. LACHELIER la réfutation de sa thèse. Il voit dans : Fontainebleau est agréable à habiter une proposition attributive. Mais agréable à habiter n'est-il pas aussi relatif à des habitants éventuels que moins grand que Versailles à Versailles, et si nous supposons anéantis les habitants possibles de Fontainebleau, que deviendra la proposition attributive ? Il est évident que, pour pouvoir énoncer une proposition, il faut connaître le sens des termes qu'elle relie, ce qui suppose qu'ils en ont un ; mais cette condition indispensable une fois remplie, il n'y a aucune différence entre les propositions de relation et les propositions attributives.

Comme second argument, M. LACHELIER invoque l'impossibilité de tirer une conclusion syllogistique valable de ces deux prémisses : Versailles est moins grand que Paris, et : Fontainebleau est moins grand que Versailles, de sorte qu'exprimer par des propositions attributives les relations de grandeur entre Versailles et Paris, Fontainebleau et Versailles, c'est se priver de gaieté de cœur du moyen d'établir la conclusion matériellement vraie : Fontainebleau est moins grand que Paris, que fournirait le raisonnement mathématique :

Fontainebleau $<$ Versailles $<$ Paris ; donc : Fontainebleau $<$ Paris.

Il est exact que le syllogisme proposé par M. LACHELIER n'est pas concluant sous la forme qu'il lui a donnée, parce qu'il a deux moyens termes : (Moins grand que Versailles) et Versailles. Mais qui nous empêche de lui donner cette forme régulière et concluante (en *Barbara*) :

Tout moins grand que Versailles est moins grand que Paris
Or Fontainebleau est moins grand que Versailles
Donc Fontainebleau est moins grand que Paris.

Nous contestera-t-on le droit de substituer dans la majeure, pour remplacer par un syllogisme concluant celui de M. Lachelier, Moins grand que Versailles à Versailles ? Mais on ne saurait le faire sans contester cette proposition hypothétique : Si Versailles est moins grand que Paris, tout moins grand que Versailles est moins grand que Paris. Or, c'est précisément cette proposition hypothétique qui, mise sous la forme générale : Si l'on a $A < B$ et $B < C$, on a $A < C$, sert de principe au raisonnement mathématique pris comme exemple par M. Lachelier. Aucune raison valable ne nous semble donc s'opposer à la transformation des propositions de relation en propositions attributives.

56. — Interprétées en connexion, les propositions attributives sont aptes à exprimer, non seulement les relations banales de la vie journalière, mais encore les relations formulées par les lois scientifiques, ce qui n'apparaît pas suffisamment dans les exemples traditionnels comme Socrate est mortel, Quelque homme est philosophe, dont les plus précis se bornent à se référer aux classifications des sciences naturelles : Tout homme est vertébré, etc. Le rôle de la science est d'établir des lois, c'est-à-dire des relations constantes entre des caractères ou notions. Ces lois sont de deux sortes : lois causales et lois de variations concomitantes, les secondes étant plus utiles par leur précision, mais les premières étant dans nombre de cas les seules accessibles. Les lois de variations concomitantes, comme les fonctions en mathématiques, énoncent qu'à toute variation de l'un des caractères correspond une variation déterminée de l'autre [1].

1. — Nous croyons utile de faire remarquer que les variations du second caractère ne sont pas forcément de même sens, ni proportionnelles, soit directement, soit inversement, à celles du premier, comme semblent le croire les manuels de méthodologie en exposant la méthode des variations concomitantes

Par leur caractère *dynamique*, elles ne se prêtent pas, ou ne se prêtent que très difficilement à l'algorithme logique, à la traduction en propositions dont la copule *est* énonce un rapport stable ou *statique*, et l'algorithme qui leur convient le mieux est celui auquel recourent les formules mathématiques. Mais l'algorithme logique, avec les propositions attributives, est applicable à toutes les autres relations scientifiques.

Il n'y a aucune difficulté pour les corrélations statiques qu'énoncent les classifications des sciences naturelles, en posant que partout où se trouve un caractère subordonné se trouve le caractère dominateur (tout mammifère est vertébré), et que partout où se trouve un des caractères coordonnés se trouvent également les autres (par exemple vertèbres, globules sanguins, système nerveux central au-dessus du tube digestif).

57.— Pour les lois causales, comme elles énoncent ce qui accompagne un changement (la substitution de la présence de la cause à l'absence de la cause), on peut se demander si ce processus dynamique se prête à une traduction dans le langage statique des propositions attributives. Mais les propositions énonçant une action, qui, comme nous l'avons vu (54), peuvent se mettre sous cette forme attributive, expriment elles aussi un processus dynamique. La réalité objective énoncée par les propositions : L'enfant bat le chien, Le cheval court, est une succession de mouvements, dans le premier cas ceux du bras de l'enfant qui s'abaisse, se relève, etc., dans le second ceux des jambes du cheval qui passent alternativement l'une devant l'autre en entraînant le corps. Et pourtant on peut arriver à exprimer en termes statiques cette réalité mouvante en disant : L'enfant est (battant le chien), le cheval est courant. Qu'a-t-on

de St. Mill, opinion où l'on pourrait peut-être retrouver une survivance de la conception métaphysique de la causalité (dans le sens où M. Meyerson oppose la causalité à la légalité). Ainsi il y a variation concomitante entre l'élévation de température et la dilatation pour l'eau, bien que l'élévation de température soit accompagnée de contraction (dilatation négative) de 0° à 4° et de dilatation (positive) seulement au-dessus de 4°.

fait ? On a solidifié l'action de battre, celle de courir, et on en a fait une propriété statique de l'enfant ou du cheval au moment considéré. Il est manifeste que le même procédé peut s'appliquer à l'expression d'une loi causale, qui lie l'apparition ou la disparition d'une propriété à l'apparition ou à la disparition d'une circonstance qui a modifié l'objet concret dont la propriété primitive était une détermination. Soit cette loi causale : Tout corps chauffé se dilate. Négligeons le processus dynamique et énonçons simplement le terme de ce changement ; nous avons : Tout corps chauffé est dilaté. Ainsi la proposition attributive est capable d'exprimer les relations causales. Les lois de causalité énoncent que dans telles conditions un objet acquiert telle propriété qu'il n'avait pas auparavant, c'est-à-dire que cette propriété est liée à ces conditions. Tout corps chauffé se dilate a comme équivalent absolu la proposition (en connexion) : la dilatation accompagne toujours l'échauffement.

58. — Nous nous sommes proposé comme but d'aboutir plus économiquement que la syllogistique traditionnelle au même résultat, c'est-à-dire de restreindre le nombre des schèmes syllogistiques tout en étant aussi assurés d'avoir la liste complète et exhaustive des syllogismes concluants. Ce but est déjà partiellement atteint, puisque nous avons restreint les types de propositions à deux (A et I), d'où résulte une notable diminution du nombre des modes simples. Mais une simplification plus considérable encore serait obtenue si l'on pouvait supprimer les figures du syllogisme. Nous allons essayer maintenant d'établir que les figures, si elles répondent à une réalité psychique, n'ont aucune valeur logique, de sorte qu'on peut sans inconvénient, et par suite avec avantage, ne conserver que la première.

59. — On peut se faire des figures du syllogisme deux conceptions différentes, que j'appellerai la conception formaliste et la conception raisonnée. La première est la conception la plus courante, qui définit les figures par la place du moyen terme dans les prémisses, d'où résulte la place de tous les termes dans toutes les propositions. La seconde va plus avant ; elle ne se

contente pas du fait brut de la place du moyen dans les prémisses; elle se demande si cette différence topographique ne symbolise pas une marche différente du processus démonstratif, et elle définit les figures par leur rôle logique (ou plutôt soi-disant logique) ; ce point de vue, pressenti assez confusément par ARISTOTE, développé par SCHOPENHAUER [1], a été exposé avec pleine conscience par M. LACHELIER dans ses profondes *Etudes sur le syllogisme* [2]. Il est aisé de voir que la première conception aboutit nécessairement à la considération de 4 figures [3], la seconde à celle de 3 seulement [4]. Ceci nous permet en passant de donner notre avis sur la controverse entre les logiciens sur le nombre des figures, les uns voulant en admettre 4 et les autres 3 seulement [5]. Les uns et les autres ont tort selon nous au point de vue purement logique, car, comme nous essayons de le montrer, il n'y a à ce point de vue qu'une seule figure (la 1re) ; mais ils ont également raison à leur propre point de vue; leur seul tort est de discuter avec des adversaires qui ne peuvent les suivre, puisqu'ils n'adoptent pas le même principe de définition des figures ; la discussion reste forcément stérile, parce que les adversaires ne s'entendent pas.

60. — Examinons successivement les figures au point de vue de chacune des deux conceptions que nous venons de distinguer. La conception formaliste des figures, faisant reposer leur différence sur la place du moyen dans les prémisses, attribue par suite une signification logique à la fois à la place du moyen dans

1. — *Le monde comme vol. et repr.*, Append. au l. I, ch. X, trad. fr., t. II, pp. 243 sq.
2. — Notamment p. 58.
3. — LUQUET, *Elém. de log. form.*, §§ 28 et 29.
4. — LACHELIER, *Etudes sur le syllogisme*. M. LACHELIER a donné sur ce point deux exposés ; le premier (notamment pp. 32-34) voit dans les 2e et 3e figures des procédés de démonstration simplement différents de celui auquel correspond la 1re ; le second (pp. 58-76) y voit des procédés de démonstration non seulement différents, mais encore antagonistes. Nous nous référerons au second, que M. LACHELIER déclare expressément (p. 76, note) supérieur au premier.
5. — Sur cette controverse, cf. en particulier COUTURAT, *Logique de Leibniz*, pp. 454-456, et la discussion entre MM. LACHELIER et LALANDE, in *Bulletin de la soc. franç. de phil.*, août 1906, t. VI, pp. 336-338.

chacune d'elles, c'est-à-dire à la place relative des termes d'une proposition, et à la place relative des deux prémisses. Mais ces deux différences de disposition, des termes d'une part dans la proposition, des prémisses d'autre part dans le syllogisme, ont selon nous une signification purement psychologique et non logique.

61. — En ce qui concerne d'abord la mutation des prémisses, si au point de vue psychique un esprit humain, soumis à la condition du temps et incapable d'énoncer ou même de penser simultanément plusieurs propositions, peut envisager la majeure avant la mineure ou inversement, et de même dans un ordre quelconque les trois propositions constitutives du syllogisme, il n'y a, au point de vue logique, c'est-à-dire par rapport à la valeur démonstrative de ce syllogisme, aucune priorité d'une des prémisses à l'égard de l'autre : elles sont, pourrait-on dire, sur le même plan, car toutes deux forment un bloc, étant également nécessaires et également insuffisantes pour fonder la conclusion. Pour un esprit pur, capable de penser en dehors du temps, les éléments de la preuve « *sunt omnia simul* ».

On pourrait présenter la même idée avec plus de détail de la manière suivante. Les modes figurés de la logique traditionnelle ne sont qu'une partie des différentes formes sous lesquelles se présente en fait le raisonnement, et dont nous avons cherché à donner une liste plus complète et, croyons-nous, exhaustive (37). Mais ces formes psychologiquement différentes sont logiquement équivalentes, comme nous allons nous efforcer de l'établir en recherchant quel est le rôle logique du raisonnement.

Nous avons vu (40) que si une fois constitué le jugement est une synthèse, cette synthèse a pour condition préalable l'analyse d'une représentation totale, et par suite la présence dans l'esprit de cette représentation. Cette remarque s'applique intégralement aux prémisses. En effet, celles-ci énoncent des connaissances réellement possédées par l'esprit qui opère le jugement ; elles se bornent donc, selon notre formule générale,

à énoncer sous forme synthétique l'analyse d'une représentation totale présente à l'esprit sous forme de perception actuelle ou de souvenir ; ce sont, comme nous les avons appelées, des jugements intuitifs.

Mais il n'en est plus de même pour la conclusion d'un raisonnement. Certes, en tant que celle-ci est un jugement, elle a pour condition, comme tout jugement, la présence dans l'esprit d'une représentation totale, d'où l'analyse peut dégager, entre autres, deux éléments qu'une synthèse postérieure réunit sous forme de sujet et de prédicat. Mais à côté du caractère générique de la conclusion d'un raisonnement, qui est d'être un jugement et par suite de requérir une représentation totale correspondante, il faut tenir compte du caractère spécifique de ce jugement, qui est d'être un jugement discursif, d'avoir besoin, pour pouvoir être affirmé, d'une légitimation ou d'une démonstration que le raisonnement a précisément pour rôle de fournir. Par suite, la représentation totale correspondante n'existe pas dans l'esprit, comme celle qui correspond à un jugement reposant sur l'analyse d'une perception, d'une image ou d'un concept, et qui mérite le nom de jugement intuitif en tant qu'il se fonde sur l'intuition de la liaison du sujet et du prédicat dans la représentation totale, liaison que révèle l'analyse de cette représentation. La représentation totale correspondant au jugement discursif qu'est la conclusion d'un raisonnement n'existant pas dans l'esprit, il faut que l'esprit *crée* cette représentation totale, sans laquelle la conclusion, comme tout jugement, ne saurait exister. Le rôle du raisonnement est donc de fournir à l'esprit la représentation totale requise par la conclusion et qui lui manque, en s'appuyant sur des représentations totales déjà possédées par l'esprit et qui servent de support aux jugements qui légitiment la conclusion.

Le raisonnement consiste donc dans le passage d'une représentation totale déjà possédée par l'esprit à une représentation totale créée par l'esprit à l'aide de la première et que nous pouvons appeler respectivement, parallèlement aux jugements

auxquels elles servent de fondement, représentation *unde* et représentation *quo*. Comment se fait au point de vue psychologique ce passage de la représentation *unde* à la représentation *quo*, dans les deux sortes de raisonnements que nous avons distinguées : immédiats (deux premiers types) et médiats (cinq derniers types) ?

Les raisonnements médiats d'abord, où, par suite de la plus grande complexité du processus, on en saisit mieux les différents moments, sont caractérisés par la présence d'un jugement *qua*, dont le rôle est de permettre le passage, dans un sens ou dans l'autre, selon que l'ordre psychique et l'ordre logique sont identiques ou inverses, de la représentation totale *unde* à la représentation totale *quo*. Ce jugement, comme tout jugement, a pour condition une représentation totale, que nous appellerons la représentation *qua*. Cette représentation totale, servant d'intermédiaire entre les deux représentations totales *unde* et *quo*, doit contenir un élément commun entre elle et chacune de ces deux représentations totales.

Soit par exemple la proposition : je suis mortel, considérée comme conclusion d'un raisonnement ayant pour prémisses : tout homme est mortel, et : je suis homme. Cette conclusion suppose la représentation totale sous-jacente moi-mortel, que je ne possède ni même ne puis posséder par voie empirique, puisqu'il faudrait pour cela que je pusse me percevoir mort. Les représentations totales sous-jacentes aux prémisses sont : homme-mortel et moi-homme, qui me sont fournies par mes connaissances antérieures. On voit que la représentation totale *qua* (moi-homme) a un élément (homme) commun avec la représentation totale *unde* (homme-mortel) et un autre élément (moi) commun avec la représentation totale *quo* (moi-mortel).

Dans les raisonnements immédiats, la représentation totale *quo* est la même que la représentation totale *unde*, mais les éléments de cette représentation totale que retient et relie le jugement *quo* sont différents de ceux que retient et relie la proposition *unde*. Soit par exemple ces raisonnements du premier type :

ce poêle est allumé, donc ce poêle brûle, ou du second type : ce poêle brûle, car il est allumé. Le processus psychique est le suivant. La sensation visuelle du poêle allumé qu'énonce le jugement *unde* éveille par le mécanisme des perceptions acquises et de ce qu'on appelle si improprement l'association des idées la représentation totale d'un poêle avec tous ses éléments, en particulier l'image thermique d'un poêle brûlant. De cette représentation totale, le jugement *quo* ne retient que l'aspect thermique et affirme alors que le poêle est brûlant. Le processus pourrait se symboliser de la manière suivante :

1er moment (représentation *unde*) poêle-allumé
2e moment (représentation *qua*) poêle-allumé-brûlant.
3e moment (représentation *quo*) poêle-brûlant.

On voit par là que le raisonnement, aux deux premiers stades, n'est immédiat qu'en apparence. Lorsque ces raisonnements sont des raisonnements véritables et non de simples consécutions, ils sont en réalité des enthymèmes. Ils contiennent, comme un syllogisme, trois moments, le moment intermédiaire étant fourni par la représentation totale *qua* évoquée par la représentation *unde* et que l'esprit limite ensuite à la représentation *quo*. La seule différence avec les raisonnements médiats est que, dans ces raisonnements immédiats, le jugement correspondant à la représentation totale *qua* ne s'explicite pas, sans quoi l'on aurait ce raisonnement :

Ce poêle est allumé
Tout poêle allumé est brûlant
Donc ce poêle est brûlant,

absolument identique dans la forme au raisonnement médiat :

Je suis homme
Tout homme est mortel
Donc je suis mortel.

Il semble y avoir des raisonnements immédiats dans lesquels, contrairement à ce que nous venons de dire, les propositions *unde* et *quo* n'ont pas de terme commun, par exemple (1er type) : Il est six heures, donc la pendule va sonner, ou (2e type) : La

pluie va tomber, car le ciel est nuageux. Mais il suffit de mettre ces raisonnements en forme pour retomber sur des syllogismes énoncés, soit sous forme complète, soit sous forme d'enthymèmes. Ainsi, notre second exemple deviendra :

Tout moment où le ciel est nuageux est un moment où la pluie va tomber

Le moment actuel est un moment où le ciel est nuageux

Donc le moment actuel est un moment où la pluie va tomber.

Donc, dans ces exceptions apparentes comme dans les cas normaux, le raisonnement a bien pour rôle de montrer la légitimité de la représentation totale *quo* créée par l'esprit en s'appuyant sur des représentations totales (*unde* et *qua*) déjà possédées par l'esprit. Une fois obtenue et légitimée cette représentation *quo*, elle s'exprime, comme les autres représentations, sous la forme d'une proposition, dont le rôle véritable est d'énoncer, non pas que tel objet ou groupe d'objets possède telle qualité, ou que la notion correspondant à cette qualité fait partie de la compréhension (ou plus exactement du contenu) de la notion sous laquelle se rangent ces objets, mais que la notion prédicat est liée, connexe à la notion sujet. Mais, parallèlement à ce que nous avons dit (42) de la proposition en général, dont la conclusion d'un raisonnement n'est qu'un cas particulier (proposition *quo*), il est nécessaire de préciser à quelle partie du contenu de la notion sujet est liée la notion prédicat, à savoir soit sa partie stable ou universelle ou si l'on veut essentielle (en donnant à ce mot un sens purement empirique), en un mot sa compréhension, soit sa partie variable ou si l'on veut accidentelle, sa généralité. En résumé, le raisonnement a pour rôle, en confrontant la représentation d'ensemble sous-jacente à la conclusion avec d'autres représentations qu'expriment les prémisses, de faire apercevoir à l'esprit, d'une part que le prédicat de la conclusion est lié à son sujet, d'autre part que la partie du contenu de la notion sujet à laquelle il est lié en est, soit l'élément stable (compréhension), soit l'élément variable (généralité) ; la conclusion est universelle dans le premier cas, particulière dans le second.

C'est donc dans la confrontation des représentations d'ensemble sous-jacentes à la conclusion et aux prémisses que réside la valeur logique, la force démonstrative du syllogisme. Par suite, peu importe l'ordre psychique ou chronologique dans lequel l'esprit procède à cette confrontation. Il en résulte la légitimité de la permutation des prémisses.

62. — De là résulte également celle de la conversion. Nous avons en effet été amenés (40) à ne voir qu'une différence d'attitude psychique, subjective, dans le fait de traiter soit comme sujet, soit comme prédicat, un caractère extrait par analyse d'une représentation d'ensemble dans le jugement qui exprime d'un certain point de vue cette représentation d'ensemble.

Il faut d'ailleurs ajouter que si l'interprétation en connexion est la mieux, sinon la seule adaptée à l'usage scientifique de la proposition et du raisonnement (44), cette même interprétation se trouve, par un hasard heureux qui a sans doute des raisons profondes, faciliter considérablement la conversion. Pour que trois propositions constituent un syllogisme, il est, sinon absolument indispensable, du moins avantageux que la copule ait dans ces trois propositions le même sens, exprime la même relation entre le sujet et le prédicat. Soit par exemple le syllogisme :

La classe homme est contenue dans la classe mortel.

Or, la classe homme contient Socrate (ou l'individu Socrate possède la propriété homme).

Donc Socrate est contenu dans la classe mortel.

Il est certain que ce raisonnement est légitime ; mais sa validité n'apparaît pas immédiatement ; elle n'est manifeste que si les trois propositions sont homogènes, ont la même copule. Il faut donc que les opérations effectuées sur les propositions, ici la conversion, laissent à la copule dans la converse le sens qu'elle avait dans la convertende et qu'elle conserve dans les propositions non converties. Mais c'est ce qui n'est possible que si la relation entre le sujet et le prédicat exprimée par la copule est réversible ou symétrique, c'est-à-dire si la copule garde dans la proposition retournée le même sens que dans la propo-

sition primitive. En mathématiques, le signe = est une copule symétrique, parce qu'on peut remplacer A = B par B = A, le signe > une copule non-symétrique, parce que à A > B on doit substituer non pas B > A, mais B < A. De même, dans le langage courant, la copule (est frère de) est symétrique, parce que Pierre est frère de Paul peut être remplacé par Paul est frère de Pierre ; tandis que la copule (est père de) est non-symétrique, parce que Paul est père de Jacques ne peut se convertir qu'en Jacques est fils de Paul.

Cela posé, quelle est à l'égard de la symétrie ainsi définie l'attitude des copules correspondant aux diverses interprétations de la proposition ?

Dans l'interprétation en inhérence, S est P veut dire : S est un être, un objet, une chose, un individu qui possède P comme propriété, qualité ou attribut. *Est* signifie donc : a comme attribut. Il est évident que, dans la conversion, la copule ne peut conserver ce sens, mais doit prendre le sens réciproque : est une propriété de. Conserver à la copule dans la converse le sens : a comme propriété qu'elle a dans la convertende serait transformer une propriété en un être et réciproquement, ce qui est absurde.

On en dirait autant de l'interprétation en compréhension, qui n'est qu'une transposition de l'interprétation en inhérence. Dans l'une comme dans l'autre, il y a entre le sujet et le prédicat une hétérogénéité, une différence de nature qui a pour effet de rendre non-symétrique et irréversible la copule qui en énonce la relation. La seule différence est que l'interprétation en compréhension dépouille l'interprétation en inhérence des sous-entendus métaphysiques qu'elle contient au moins implicitement. Dans l'interprétation en inhérence, l'hétérogénéité entre le sujet et le prédicat était, si l'on peut dire, une différence de dignité : le prédicat n'était qu'un accident, tandis que le sujet était une substance, et c'est pourquoi dans cette conception, tandis que le prédicat est un adjectif, le sujet est un substantif : la différence grammaticale traduit une différence ontolo-

gique. Dans l'interprétation en compréhension, le sujet et le prédicat sont tous deux des éléments psychiques, des représentations ; réintégrés dans l'esprit, ils sont sur le même plan et ont la même dignité. Mais l'hétérogénéité entre eux subsiste ; elle a seulement changé de nature : d'ontologique, elle est devenue psychologique. Le sujet correspond à une représentation d'ensemble, le prédicat à un élément dégagé par abstraction de cet ensemble ; la copule *est* signifie : contient comme élément logique isolable par analyse. On ne peut donc convertir la proposition sans substituer à cette copule la copule inverse : est contenu comme élément logique dans.

Au point de vue de l'extension, la copule *est* signifie : est contenu dans (la classe S est contenue dans la classe P). Cette relation de contenu à contenant est la même que dans l'interprétation en compréhension, à cela près qu'ici, c'est le sujet qui est contenu dans le prédicat, tandis qu'il le contient dans l'interprétation en compréhension ; elle est donc aussi irréversible dans ce cas que dans l'autre.

Mais dans l'interprétation en connexion, à l'inverse de ce que nous venons d'établir pour les trois autres, les termes présentent cette homogénéité qui permet la conversion en laissant à la copule le même sens dans la converse que dans la convertende. Le sujet et le prédicat représentent en effet l'un et l'autre un caractère abstrait extrait par analyse d'une même représentation d'ensemble ; *est* signifie ici accompagne. Donc évidemment dire : S accompagne P ou P accompagne S, c'est tout un. Il va sans dire que cela laisse intact le « principe des conversions », à savoir la quantité que doit prendre dans la proposition converse le prédicat de la convertende devenu sujet (108).

63. — Cette nouvelle et importante simplification du formulaire logique avait déjà été pressentie par Aristote et d'une façon plus complète par la scolastique : c'est à elle que correspondait l'opération appelée *réduction*, qui consiste à montrer l'équivalence logique des modes concluants des dernières figures avec certains modes concluants de la première, ce qui

permet, comme l'exprime le mot réduction, de les y ramener. D'autre part, les artifices employés pour effectuer cette réduction étaient la mutation ou transposition des prémisses et la conversion, qui supposent précisément ce que nous venons d'établir, à savoir que l'ordre de succession chronologique des prémisses pour la mutation, le fait de considérer une notion comme sujet ou comme prédicat dans la proposition pour la conversion, n'ont aucune importance logique, ne modifient en rien le sens des propositions et du syllogisme.

Reste toutefois une difficulté, que la logique scolastique n'avait pu résoudre de front et qu'elle avait été obligée de tourner. Cette difficulté résulte des propositions particulières négatives O, qui sont, comme on le sait, inconvertibles. De là la nécessité de recourir au procédé indirect de la réduction à l'absurde pour un mode de la 2e figure (*Baroco*) et pour un mode de la 3e (*Bocardo*).

Mais déjà HAMILTON avait trouvé un moyen de se passer de cette démonstration indirecte en recourant aux procédés de l'obversion et de la contraposition. On a en effet :

BAr	Tout P est M = (contraposition) Nul non-M n'est P	FEr
Oc	Quelque S n'est pas M = (obversion) Quelque S est non-M	I
O	Quelque S n'est pas P	O[1]
BOc	Quelque M n'est pas P = (contraposition) Quelque non-P est M . . . . . } mutation	DAr
Ard	Tout M est S . . . . }	I
O	Quelque S n'est pas P = (obversion) Quelque S est non-P	I

Ainsi, l'on peut déjà réduire directement les modes *Baroco* et

1. — On pourrait d'ailleurs ramener à Darii ce nouveau syllogisme en Ferio, par obversion de sa majeure et de sa conclusion :

FEr	Nul non M n'est P = Tout non-M est non-P	DAr
I	Quelque S est non-M	I
O	Quelque S n'est pas D_2 = Quelque S est non-P	I

Bocardo sans faire appel à d'autre opération non-employée par la logique traditionnelle que l'obversion, soit sous sa forme simple, soit combinée avec la conversion dans la contraposition, et la logique scolastique, si elle n'employait pas l'obversion pour la réduction, en reconnaissait cependant la légitimité.

Mais on peut, croyons-nous, aller plus loin et soutenir que les difficultés résultant pour la logique traditionnelle de la présence dans les prémisses des propositions O, « *cruces et opprobria logicorum* », sont purement apparentes, car ces soi-disant prémisses O n'en sont pas en réalité. Nous avons distingué deux sortes de particulières, les particulières I et O, particulières provisoires ou semi-universelles, et les particulières définitives I′ et O′, réductibles elles-mêmes à une proposition unique Y (53). Mais il est essentiel de se demander, ce que la logique traditionnelle n'a malheureusement pas songé à faire, quel est l'emploi respectif de ces deux sortes de propositions particulières dans le syllogisme. Nous énoncerons tout de suite notre thèse : les deux sortes de particulières ont dans le syllogisme une place inévitable ; il n'y a place dans les prémisses que pour des particulières définitives (Y) et dans la conclusion que pour des particulières provisoires (I ou O).

Le syllogisme a pour rôle de dégager une connaissance nouvelle implicitement contenue dans les connaissances qu'expriment les prémisses. Celles-ci doivent exprimer des *connaissances* et non des ignorances, car il est trop évident que d'une ignorance on ne saurait tirer une connaissance par aucun procédé logique. Il se peut que ce qu'énoncent les prémisses soit une vérité hypothétique, auquel cas la conclusion qu'on tirera de ces prémisses sera également hypothétique (c'est ce qui se produit dans la déduction formelle en tant qu'on l'oppose à la déduction matérielle) ; mais les prémisses n'en seront pas moins tenues pour vraies par hypothèse. Il se peut également (et ici nous passons de la déduction formelle à la déduction matérielle) que ce soit une vérité provisoire, mais elle est actuellement vraie et ce n'est qu'en tant qu'actuellement vraie que je la

prends pour prémisse. Dans un cas comme dans l'autre, ce que je pense est quelque chose de connu, de défini et qui par suite peut s'exprimer nettement : je sais pleinement ce que je veux dire. Les prémisses doivent donc énoncer *tout* ce que nos connaissances actuelles (tenues à tort ou à raison pour vraies) nous permettent d'affirmer des relations entre les termes qui entrent dans la constitution du syllogisme, et plus spécialement de leur connexion dans les objets de notre expérience antérieure. Or, ces relations peuvent être de trois sortes, et de trois seulement. Si je considère l'ensemble de mes représentations (soit images d'objets concrets, soit idées issues par abstraction et généralisation de ces images), deux caractères S et P s'accompagnent soit toujours, soit jamais, soit quelquefois *seulement*. Si je cherche dans mes connaissances actuelles sur les êtres que j'appelle des hommes la relation entre l'humanité et la mortalité, je trouve que toujours ces deux caractères s'accompagnent ; entre l'humanité et l'oviparité, qu'ils ne s'accompagnent jamais ; entre l'humanité et la richesse (définie, pour éviter toute ambiguïté, la possession de tel capital), qu'ils s'accompagnent quelquefois, et quelquefois seulement, car j'ai à la fois des exemples d'hommes riches et d'hommes non-riches.

Donc, quand nous énonçons comme prémisse d'un syllogisme une proposition portant sur des connaissances empiriques, nous savons si elle est universelle ou particulière (au sens de non-universelle), et l'expression Quelques au moins est hors de propos. S'il s'agit de vérités démontrées, comme nous connaissons également les raisons pour lesquelles le prédicat est uni au sujet, nous savons encore si cette liaison est universelle ou non-universelle ; au reste, les propositions de ce genre, par exemple celles de mathématiques, sont universelles, étant fondées sur des raisons elles-mêmes universelles. Ainsi, il n'y a pas de place dans les prémisses du syllogisme pour l'expression Quelques au moins [1].

1.— Il n'y a qu'une exception : c'est quand la prémisse en question a été obtenue comme conclusion d'un syllogisme antérieur, puisque, comme nous le disons plus bas, les conclusions syllogistiques, quand elles sont particulières, sont toujours des particulières provisoires et non définitives. Mais dans ce cas, on retombe sur notre remarque générale, à savoir que cette proposition contenant deux éléments, une connaissance et une ignorance, nous ne pouvons rien déduire de la partie ignorance, mais seulement de la partie connaissance.

Mais, objectera-t-on peut-être, j'ai bien le droit, pouvant dire : Tous les hommes sont mortels, de dire : Quelques hommes au moins sont mortels. Certes, de même qu'on a le droit, voulant courir, de commencer par se lier les jambes ; mais dans un cas comme dans l'autre, celui qui aura tenu une telle conduite ne pourra s'en prendre qu'à lui-même du résultat qu'il obtiendra. Le raisonnement déductif a pour rôle d'utiliser nos connaissances actuelles pour en acquérir de nouvelles ; il est maladroit de se priver de gaîté de cœur d'une partie des ressources qu'elles sont capables de nous fournir.

Et l'on ne saurait objecter que cette restriction du sens de Quelques à Quelques au moins est une mesure de prudence, alléguant que nous ne savons jamais s'il n'y a pas en dehors de notre expérience, ailleurs dans l'espace ou le temps, des cas où la relation que nous posons n'existera plus, car ce serait faire le procès, non plus des propositions particulières, mais des universelles. Ce que nous appelons notre connaissance est un mélange de connaissances et d'ignorances ; mais c'est de nos connaissances seulement que nous pouvons partir pour nous élever à des connaissances nouvelles. La vérité éternelle de notre connaissance actuelle n'est qu'une hypothèse invérifiable, pour ne pas dire sûrement fausse ; mais sa vérité *actuelle* est le postulat indispensable de toute pensée comme de toute action. Bien plus, cette considération du caractère provisoire de la vérité, applicable aux universelles, ne l'est pas aux particulières Y, dont la vérité n'est pas moins définitive que la particularité : tandis que les universelles peuvent reposer sur une ignorance, les particulières Y ne peuvent reposer que sur une connaissance (49).

En ce qui concerne maintenant la conclusion, deux cas sont à considérer, selon que le syllogisme auquel elle appartient suit la marche inventive ou la marche justificative (26). Dans le

dernier cas, où je pose la conclusion à titre d'hypothèse qui sera à démontrer par des prémisses à chercher, je sais encore ce que je veux énoncer, à savoir si la relation entre le sujet et le prédicat que je me propose d'établir est universelle ou particulière, se produit dans tous les cas ou dans quelques cas seulement. Peut-être n'arriverai-je pas à le démontrer, à résoudre le problème ; mais j'en connais l'énoncé, et ici encore l'expression quelques au moins ne servirait à rien.

Reste le cas où la conclusion est obtenue par voie inventive, succède aux prémisses chronologiquement. Dans cette conclusion, les propositions I et O trouvent leur place, et elles seulement, au moins, au point de vue où nous nous plaçons, d'une logique utilitaire ou orientée vers la réalité. En effet, la conclusion à laquelle on aboutit en combinant une prémisse particulière Y (puisqu'il ne peut y en avoir d'autre dans les prémisses) avec une universelle (puisque de deux particulières on ne saurait rien conclure) n'est vraie que par rapport aux deux prémisses auxquelles on a eu recours. Mais ces deux prémisses n'épuisent pas toute la réalité ; et par suite la conclusion n'est vraie d'une vérité matérielle que dans l'hypothèse, dont rien ne saurait nous garantir la légitimité, et dont tout au contraire fait suspecter la probabilité, qu'il n'y ait pas d'autre source de renseignements possible sur le degré de connexion des deux extrêmes que les deux prémisses utilisées. Pour tenir compte de cette ignorance inévitable, inhérente à la nature même du syllogisme qui ne comporte que deux prémisses, l'indice Quelque doit prendre le sens de Quelques au moins et non plus de Quelques seulement. Soit par exemple ce syllogisme en *Darii :*

Tous les hommes sont animaux
(Y) Quelques vertébrés (seulement) sont hommes
Quelques vertébrés sont animaux.

Si l'on s'en tient aux prémisses, il n'y a que quelques vertébrés dont je sois sûr qu'ils sont animaux, à savoir seulement parmi tous les vertébrés les quelques vertébrés qui sont hommes, de sorte qu'à prendre à la lettre l'expression formellement, on

pourrait dire qu'il est vrai formellement, c'est-à-dire par rapport aux seules prémisses considérées, que quelques vertébrés seulement sont animaux. Mais s'il en est ainsi, c'est uniquement parce que les prémisses n'ont utilisé pour relier entre eux les vertébrés et les animaux que le moyen terme homme ; au point de vue matériel, j'ignore s'il n'y a pas entre ces deux extrêmes d'autre moyen terme, et même, dans l'exemple actuel je sais qu'il y en a d'autres, comme chien, aigle, poisson, etc. ; de sorte que si je veux tenir compte de tous ces moyens termes connus ou inconnus entre les deux extrêmes considérés, je suis obligé de restreindre le sens de l'indice de la conclusion particulière à Quelques-uns au moins. La particulière Y diffère des particulières I et O en ce qu'elle contient implicitement un aveu d'ignorance ; c'est cette raison qui exige Y pour la conclusion en même temps qu'elle l'exclut des prémisses.

S'il en est ainsi, les soi-disant prémisses O de *Baroco* et *Bocardo* sont des prémisses O', de sorte qu'on peut les ramener à la forme affirmative non seulement par obversion, mais par suppression pure et simple de la négation de la copule (53).

En résumé, nous n'avons plus, pour les prémisses d'un syllogisme quelconque, qu'une qualité (affirmative) et deux quantités (A et Y) ; et la conversion et la permutation des prémisses permettent de donner à ces prémisses la forme *sub prae* correspondant à la première figure traditionnelle.

64. — Venons maintenant à la conception raisonnée des figures, dont nous prendrons comme représentant éminent M. LACHELIER. Il a, lui aussi, aperçu la simplification qui consisterait à supprimer comme inutiles les figures autres que la première, simplification correspondant à son point de vue à ce qu'est la réduction pour la conception purement formaliste ; mais, après l'avoir indiquée avec une parfaite netteté [1],

1. — « La première figure est le seul moyen possible de prouver la vérité d'une proposition d'inhérence. Si donc, comme l'a voulu ARISTOTE, il y en a deux autres, il ne reste pour celles-ci d'autre emploi que de prouver la fausseté d'une proposition du même genre. Mais y a-t-il là une tâche nouvelle, et que la première figure soit impuissante à remplir ? On peut, au moyen de cette figure,

il l'écarte expressément [1]. Nous devons donc nous justifier de persévérer dans une voie dont un esprit aussi pénétrant s'est écarté de propos délibéré.

65. — La théorie soutenue par M. Lachelier repose sur la distinction de deux sortes de preuves (positives ou négatives) et de deux sortes de propositions, c'est-à-dire de relations entre le sujet et le prédicat (relations de fait et relations de principe ou de droit). Mais sur le premier point d'abord, une preuve négative, autrement dit la démonstration de la fausseté d'une proposition énoncée par un adversaire réel ou supposé, c'est ce qu'on appelle une réfutation, c'est précisément le rejet en quoi consiste la négation et auquel nous n'attribuons qu'une signification psychologique et non une valeur logique (52). Nous en revenons toujours là : on ne peut prouver une fausseté qu'indirectement, à savoir par l'exhibition ou la démonstration de la vérité qui la rend fausse. Et d'autre part, non seulement l'énoncé d'une fausseté est un procédé *indirect*, mais en outre c'est un procédé *inférieur* en tant qu'il ne donne pas toute la vérité que l'énoncé direct permettrait de donner. Savoir qu'une proposition est fausse, ce n'est pas savoir comment, c'est-à-dire dans quelle mesure elle est fausse. Soit par exemple la négation de la proposition A : (Tout S est P) est faux. La fausseté de cette proposition peut résulter de la vérité de deux propositions différentes, soit E (Nul S n'est P), soit O (Quelque S n'est pas P).

démontrer toute espèce de proposition, non seulement affirmative, mais encore négative. Or, qu'est-ce qu'une proposition négative, sinon la négation d'une affirmative ? et qu'est-ce, par conséquent, que démontrer une proposition négative, sinon prouver la fausseté de l'affirmative dont elle est la négation ? En supposant enfin qu'il y ait là une tâche nouvelle, pourquoi, pour la remplir, deux figures et non une seule ? » (*Etudes sur le syll.*, p. 61.)

1. — « Nous comprenons peut-être maintenant pourquoi il y a plus d'une figure du syllogisme, et pourquoi il y en a trois. Il n'y en aurait qu'une, la première, s'il n'y avait que des preuves positives, ou de vérité, quelle que fût d'ailleurs la nature des propositions que ces preuves seraient appelées à établir : il y en a deux autres, parce qu'il y a en outre deux sortes de preuves négatives, qui ont pour fonction spéciale d'établir la fausseté, les unes d'une proposition affirmative, les autres d'une proposition universelle. » (*Etudes sur le syll.*, p. 67.)

L'énoncé de la pensée réelle doit donc, pour être complet, exprimer quelle est la proposition vraie dont la vérité entraîne la fausseté de la proposition rejetée. C'est pour cette raison que, cherchant l'expression verbale la mieux adaptée au rôle d'un formulaire logique pour transformer une proposition négative en une proposition affirmative, nous avons recouru, non à l'*opposition*, mais à l'*obversion*, par exemple, pour E, Tout S est non-P, au lieu de (Tout S est P) est faux, qui correspondrait à O en même temps qu'à E.

Nous ne voyons donc pas de raison d'être *logique* à la marche de pensée qui est pour M. Lachelier le principe des 2e et 3e figures, à savoir la démonstration directe d'une fausseté. En somme, les deux figures en question consistent à légitimer le rejet d'une hypothèse établissant entre le sujet et le prédicat d'une proposition une relation de fait (proposition affirmative) ou une relation de droit ou de principe, en un mot une loi (proposition universelle). On démontre la fausseté d'une relation hypothétique de fait entre le sujet et le prédicat en montrant que l'être dont on affirme hypothétiquement cet attribut n'en possède pas un autre qui en est partie intégrante ou suite nécessaire. On démontre la fausseté d'une loi hypothétique en montrant la fausseté concrète d'un de ses corollaires logiques. Tout cela est très juste et tout cela convient à la phase dialectique de la science, à la période de tâtonnements, à la science qui se fait. Mais le raisonnement au point de vue de sa valeur non psychologique, mais logique concerne non la recherche de la vérité par élimination des erreurs, mais son établissement en elle-même. Ce qui importe ici, ce n'est pas de prouver qu'il est faux que Pierre soit bon ou que tout homme soit impeccable, mais qu'il est vrai que Pierre est méchant ou soit que tout homme, soit que quelque homme est peccable, autrement dit que l'homme est, soit toujours, soit quelquefois peccable.

66. — Mais la théorie de M. Lachelier s'appuie non seulement sur la distinction entre des preuves positives et des preuves négatives, c'est-à-dire entre des démonstrations directes

de vérité et des démonstrations directes de fausseté, mais aussi sur la distinction de relations de fait et de relations de droit entre le sujet et le prédicat dans la proposition. M. LACHELIER distingue deux grandes catégories de propositions. Les propositions qui rentrent dans la première (singulières ou individuelles et collectives divisées elles-mêmes en déterminées et indéterminées) expriment une relation de fait, concrète, immédiate, en un mot donnée dans l'expérience. Celles qui rentrent dans la seconde (les générales, divisées en universelles et particulières) expriment à la fois une relation de fait et une relation de droit ; mais la relation de fait n'est que secondaire et dérivée de celle de droit ; la relation entre le sujet et le prédicat est médiate, c'est-à-dire non fondée sur l'expérience, bien que l'expérience vienne la confirmer. Ces propositions énoncent donc une relation *a priori*, « non ce qui est vrai dans une totalité de cas, mais ce qui est vrai idéalement, en deçà, pour ainsi dire, de tout cas, et susceptible par suite de se réaliser dans un nombre de cas indéfini » (p. 54).

Or, selon nous, cette distinction entre relations de fait et relations de droit ne peut se comprendre que par des sous-entendus métaphysiques plus ou moins explicites et qui, justifiés ou non, n'ont rien à voir avec la logique.

Remarquons tout d'abord que la différence entre ces deux sortes de relations ne coïncide nullement, comme on pourrait être tenté de le croire à première vue, avec celle qu'on établit en méthodologie entre le fait et la loi, autrement dit entre le fait unique et le fait constant. Les collectives déterminées de M. LACHELIER sont dans la forme exactement identiques aux universelles, et la proposition : Tous les membres de cette famille sont instruits énonce tout aussi bien une relation constante entre l'instruction et l'appartenance à cette famille que Tous les hommes sont mortels énonce une relation constante entre la mortalité et l'humanité. La distinction n'est donc pas ici entre cas particulier (dont au point de vue du fait l'individuel n'est qu'une espèce) (fait) et cas universel (loi), mais entre relation *constante* et relation *nécessaire*.

Mais cette distinction entre relation constante et relation nécessaire, c'est précisément la différence entre le sens scientifique et le sens ontologique du mot loi, différence que nous avons implicitement renversée en identifiant quantité et modalité (47). La distinction entre les propositions énonçant une relation de fait et celles qui énoncent une relation de droit n'est que la distinction entre les assertoriques et les apodictiques. Prenons pour exemple l'universelle affirmative : Tout homme est mortel. La seule différence entre le sens de fait ou assertorique et le sens de droit ou apodictique, est que dans le premier cas on énonce entre la mortalité et l'humanité une relation constante, dans le second une relation nécessaire. Or, pour nous, cette différence est impossible à fonder en droit, et, quand bien même elle pourrait l'être, la logique n'a pas à s'en occuper.

Sur le second point d'abord, ce qui importe au syllogisme, ce n'est pas la nécessité, mais la constance de la relation entre le sujet et le prédicat de la majeure. Il suffit de savoir que la mortalité est toujours unie à l'humanité, sans savoir pourquoi elle l'est, pour être assuré que l'humanité étant présente en Socrate, la mortalité l'est aussi. Autrement dit, même à supposer que le sens de droit et le sens de fait soient unis dans les propositions générales et que celui-ci dépende de celui-là, c'est seulement par le sens de fait qu'une proposition générale intervient dans le syllogisme.

Mais cette hypothèse d'une relation de principe entre le sujet et le prédicat, qui n'a rien à voir avec la logique, est-elle au moins fondée en elle-même ? Nous passerons rapidement sur ce point, et ne parlerons de la métaphysique que dans la mesure strictement indispensable pour établir que le logicien n'a pas besoin d'en faire. Nous n'arrivons pas à voir dans cette relation de principe autre chose que la survivance, pour l'explication des relations entre nos représentations, de l'explication réaliste

des représentations elles-mêmes. De même que, si nous avons une perception d'arbre, c'est qu'il y a dans le monde sensible objectif un arbre indépendant de notre représentation, de l'*esse* qui n'est pas simplement du *percipi*, et sans doute aussi que si nous avons l'idée de vivant, c'est qu'il y a dans le monde intelligible une Idée du vivant, de même, si notre esprit établit une relation constante entre l'humanité et la mortalité, c'est qu'il y a dans le monde des Idées une relation nécessaire d'harmonie ou d'implication entre l'humanité et la mortalité.

Or, l'existence des Idées en soi, comme des objets en soi, et des relations entre les Idées en soi, n'est qu'une hypothèse : la seule chose qui nous soit donnée, c'est la relation constante entre l'humanité et la mortalité dans l'expérience, c'est-à-dire dans le système de nos idées, de même que l'existence de notre représentation d'arbre ; le monde intelligible des Idées, comme le monde sensible extramental, n'est qu'une doublure hypothétique du monde des images et des idées en nous. Et c'est en outre une hypothèse invérifiable, aussi impossible à justifier que d'ailleurs à réfuter. Nous nous avouons incapables de prouver la non-existence de ce monde transcendant, mais il est tout aussi impossible d'en prouver l'existence. Pour légitimer l'une ou l'autre de ces deux thèses, il faudrait que notre conscience pût sortir d'elle-même. Mais c'est là l'impossible : prisonniers à perpétuité dans la caverne de PLATON, nous sommes incapables de rien savoir de l'existence et à plus forte raison de la nature du monde objectif au sens réaliste de ce mot. Réalité, comme vérité, signifiant l'objectivité, l'une de nos représentations intramentales, l'autre des relations intramentales entre nos représentations, ne peuvent avoir pour l'homme qu'un sens humain, un sens de fait et non de droit.

C'est encore, croyons-nous, le même métaphysicisme latent qui inspire le passage si remarquable dans lequel M. LACHELIER recherche sous l'expression verbale affirmative ou négative des propositions si elles expriment une vérité ou une fausseté essentielle [1]. Nous n'arrivons pas à comprendre en quoi consiste cette « action logique » si elle ne signifie pas une action ontologique, une force d'attraction ou de répulsion, une sympathie ou une antipathie essentielle entre les Idées dans le monde intelligible. Point de vue de l'immanence des relations entre représentations dans l'esprit ou point de vue de la transcendance des relations entre les Idées dans le monde intelligible, il faut choisir. Au premier point de vue, il n'y a aucune différence entre l'affirmation d'un rapport négatif et la négation d'un rapport positif ou réciproquement. Mais si l'on veut conserver une différence de nature, essentielle entre vérité et fausseté, il faudra dire que la vérité consiste à reproduire entre nos idées les relations qui existent entre les Idées, que ces relations soient d'ailleurs d'attraction ou d'exclusion, la fausseté ou l'erreur à intervertir ces rapports, ce qui en suppose l'existence en soi.

Ajoutons d'ailleurs qu'ici comme plus haut, nous énervons l'argumentation de M. LACHELIER en employant comme procédé de substitution d'une proposition affirmative à une négative non les *oppositions*, contre lesquelles elle porterait à la rigueur, mais l'obversion. Admettons que dans le monde transcendant existent l'Idée d'homme et l'Idée d'impeccable. L'Idée de peccable devra bien y exister aussi, et alors l'action positive par laquelle l'Idée d'homme repousse l'Idée d'impeccabilité sera identique à l'action positive par laquelle elle attire l'Idée

1.— « L'universelle affirmative : Tout homme est mortel, et l'universelle négative : Nul homme n'est impeccable, prises l'une et l'autre dans leur sens de droit, sont également et au même titre l'expression d'une *vérité* (souligné dans le texte), car la première exprime l'action logique, pour ainsi parler, par laquelle la qualité d'homme attire et retient auprès d'elle celle de mortel, et la seconde exprime l'action, non moins réelle et non moins positive, par laquelle cette même qualité repousse et tient éloignée celle d'impeccable. La particulière négative : Quelque homme n'est pas mortel, et la particulière affirmative : Quelque homme est impeccable ne sont au contraire que deux négations, respectivement opposées aux deux universelles précédentes : car elles signifient que l'action exprimée par chacune de celle-ci n'a pas lieu, qu'il n'y a rien, dans la qualité d'homme, qui implique celle de mortel, et qu'il n'y a rien non plus, dans cette même qualité, qui exclue celle d'impeccable. » (*Et. sur le syll.*, pp. 62-63.)

de peccabilité. Notre expression affirmative : Tout homme est peccable sera donc aussi vraie, dans le sens transcendant, c'est-à-dire correspondra aussi bien aux relations positives (même quand elles sont de répulsion) des Idées dans le monde intelligible que la proposition négative : Nul homme n'est impeccable. Et si l'on va jusqu'à dire que l'Idée d'impeccabilité peut seule exister dans le monde métaphysique, parce que la peccabilité est une imperfection, une diminution de l'impeccabilité, qu'elle n'a pas de réalité essentielle, mais seulement *causam deficientem*, que deviendra l'universelle affirmative Tout homme est mortel ? La mortalité est imparfaite par rapport à l'immortalité, elle n'a pas moins *causam deficientem* que la peccabilité et doit être exclue du monde métaphysique. Dès lors la seule réalité existante dans le monde métaphysique sera le rapport positif d'exclusion entre l'Humanité et l'Immortalité, et la proposition universelle affirmative Tout homme est mortel ne correspondra plus aux relations véritables des Idées en soi.

67. — Quels sont maintenant les caractères de la figure unique à laquelle se réduit pour nous le syllogisme ? Cette figure étant la première de M. Lachelier, nous ne saurions mieux faire que de reproduire le passage (pp. 58-61) qu'il lui consacre, en indiquant en regard les modifications que nous y apporterions en vertu des considérations exposées ci-dessus. Il reste encore une différence, à savoir que M. Lachelier interprète les propositions en inhérence, alors qu'il nous semble préférable de les interpréter en connexion (44 et 62). Mais cette différence d'interprétation est secondaire ici et rien n'est plus facile que de substituer à l'expression en inhérence (Tout S est P, Quelque S est P) l'expression en connexion (P accompagne toujours S, P accompagne quelquefois S) (46).

Nous pouvons transcrire tel quel le début du texte de M. Lachelier en nous bornant à mettre entre parenthèses les passages qui font intervenir la considération des propositions négatives, lesquelles peuvent et doivent, selon nous, être remplacées par les propositions affirmatives équivalentes, au moyen de l'obversion :

« Prouver la vérité d'une proposition d'inhérence, c'est faire voir qu'une manière d'être appartient (*ou n'appartient pas*) à un être ; et c'est ce qui n'est possible, à défaut d'expérience directe, que si l'on a recours à une autre manière d'être qui, d'une part, appartienne à l'être donné, et qui, de l'autre, implique (*ou exclue*) celle qu'il s'agit d'en affirmer (*ou d'en nier*). Il serait évidemment inutile de faire intervenir, soit un autre être, soit une manière d'être qui ne résiderait pas dans l'être donné ou dont la présence en lui n'entraînerait pas nécessairement [1] la présence de celle qui doit en être affirmée (*ou l'absence de celle qui doit en être niée*).

« La preuve ne peut donc résulter que du concours de deux prémisses : une majeure, énonçant le rapport abstrait de la manière d'être choisie comme intermédiaire avec celle qu'elle implique (*ou qu'elle exclut*) ; et une mineure, qui énonce le rapport concret de cette même manière d'être avec l'être qui la possède. La conclusion sera que cet être possède aussi la manière d'être impliquée (*ou ne possède pas la manière d'être exclue*). » [2]

A partir d'ici, la différence entre le texte de M. Lachelier et la rédaction que nous lui substituerions nous fait un devoir de les mettre en regard, en indiquant les raisons de nos modifications.

« " Tout homme, dira-t-on, est mortel; or, Pierre est homme; donc Pierre est mortel. » Ce syllogisme dans lequel le nom de la manière d'être prise comme intermédiaire est sujet de la majeure et prédicat de la mineure, est celui de la première figure ».	« Tout homme, dira-t-on, est mortel; or, Pierre est homme; donc Pierre est mortel. » Cette figure, dans laquelle le nom de la manière d'être prise comme intermédiaire est sujet de la majeure et prédicat de la mineure, et qui est la première figure traditionnelle, est selon nous, la figure unique du syllogisme.

1. — Nous croyons inutile de rappeler que nous ne donnons pas à ce mot un sens transcendant, mais purement empirique (à l'intérieur des limites de l'expérience).

2. — Ce paragraphe ne fait que rappeler, en les légitimant, les règles classiques de la première figure.

« La majeure de ce syllogisme est nécessairement universelle ; elle peut être affirmative ou négative, ou plutôt elle doit être l'un ou l'autre, selon la conclusion à laquelle on se propose d'aboutir »...

Toutes les propositions sont affirmatives (la négation n'ayant pas de valeur logique). La conclusion peut être, soit universelle, soit particulière, car une notion prédicat peut être liée à une notion sujet, soit dans tous les cas, soit dans certains des cas où se présente celle-ci. La mineure aura pour quantité celle de la conclusion, car le moyen ne peut lier le grand terme au petit (dans la conclusion) que dans la mesure ou il y est lié lui-même (dans la mineure)[1] ; enfin, la majeure est forcément universelle.

Nous pouvons laisser de côté la fin de ce paragraphe, où M. Lachelier indique que cette figure peut avoir pour conclusion toutes les sortes de propositions (reprise de la formule scolastique : *Omne genus concludit problematum alpha figura*), puisque selon nous il n'y a de différence logique ni entre l'affirmation et la négation, ni entre une relation de fait et une relation de droit. Il ne reste donc comme quantités possibles de la conclusion, ainsi que nous l'avons énoncé, que l'universelle et la particulière.

« Si l'on considère que la majeure, nécessairement universelle, peut être affirmative ou négative, et que la mineure, nécessairement affirmative, peut être singulière, collective déterminée, collective indéterminée, universelle, et enfin particulière, on trouvera que les modes de la première figure sont réellement au nombre de 10. Le nombre traditionnel de 4 s'explique par l'assimilation des singulières aux universelles, et par la double confusion des collectives déterminées avec les universelles et des collectives indéterminées avec les particulières. »

Si l'on considère que la majeure est forcément universelle affirmative, et que la mineure peut être soit universelle affirmative, soit particulière affirmative, on trouvera que les modes de l'unique figure du syllogisme ne sont réellement qu'au nombre de 2. Le chiffre traditionnel de 4 s'explique par l'addition des propositions négatives qui, après les éliminations imposées par les règles du syllogisme, ajoute aux deux modes que nous conservons les deux modes superflus *Celarent et Ferio*.

1. — Ceci est l'équivalent à notre point de vue de la règle classique : *Latius hunc (terminum) quam praemissae conclusio non vult.*

Ainsi, qu'on envisage les figures du syllogisme selon la conception purement formelle ou selon celle que nous avons appelée raisonnée, elles se réduisent à une figure unique (la première figure traditionnelle), comprenant uniquement deux modes affirmatifs, ayant tous deux une majeure universelle et l'un mineure et conclusion universelles, l'autre mineure et conclusion particulières. Pour mieux marquer la nature de ces deux modes, on pourrait apporter aux symboles courants les modifications suivantes. D'une part, pour *Darii*, on distinguerait les deux sortes de particulières qui en sont, l'une la mineure (Y, particulière définitive), l'autre la conclusion (I, particulière provisoire). D'autre part, pour les deux modes, au lieu de considérer les propositions du syllogisme comme suffisamment indiquées par le rang de la syllabe correspondante du symbole, on les désignerait expressément par une consonne significative qui pourrait être pour la conclusion C, pour la mineure S (Sujet de la conclusion ou petit terme, contenu dans la mineure), pour la majeure P (Prédicat de la conclusion ou grand terme). Ce symbolisme aurait l'avantage de permettre la permutation des syllabes pour représenter les différents processus psychologiques possibles et également valables au point de vue logique ; on aurait ainsi :

Pour Barbara : Pasaca, Pacasa, Sapaca, Sacapa, Casapa, Capasa.

Pour Darii : Pasyci, Pacisy, Sypaci, Sycipa, Cisypa, Cipasy.

68. — Dès lors, toutes les règles opératoires de la logique formelle traditionnelle peuvent être remplacées par les suivantes :

1° Formuler la conclusion qu'il s'agit de démontrer, de telle façon qu'elle soit énoncée par une proposition affirmative, sans se soucier provisoirement de sa quantité, c'est-à-dire sous la forme : S est P (ou : P est lié à S);

2° Chercher si les connaissances que l'on possède fournissent des prémisses, c'est-à-dire une mineure dans laquelle le sujet de la conclusion ait comme prédicat et une majeure dans laquelle

le prédicat de la conclusion ait comme sujet un terme commun M ;

3° La majeure doit toujours être universelle.

La mineure peut être, soit universelle, soit particulière ; la conclusion aura même quantité que la mineure.

Si les conditions 2 et 3 ne sont pas remplies, la conclusion en question n'est pas démontrable, il n'y a pas syllogisme concluant.

69. — Il est manifeste, pensons-nous, que ce manuel opératoire présente sur la syllogistique traditionnelle l'avantage d'une simplification considérable. Mais on lui objectera peut-être qu'il est aussi moins riche, en ce qu'il permet bien de démontrer une conclusion, mais non de l'inventer. Voici quelle réponse nous ferions à cette objection : si l'on prend le mot invention dans son sens purement psychique, si l'on entend par là un simple tâtonnement au hasard sans savoir où ni même s'il aboutira, ce que Cl. Bernard appelle en matière de sciences expérimentales une « expérience pour voir », assurément nous n'en pouvons donner de règles, mais la syllogistique traditionnelle, ni personne croyons-nous, n'est en état de fournir des règles à l'invention, qui est la part du génie et qu'aucun mécanisme ne saurait suppléer. Mais si l'on prend le mot invention dans son sens strictement logique d'invention démonstrative, de procédés pour arriver à une conclusion juste, cette invention ne différera de la démonstration proprement dite que comme la marche inventive de l'esprit diffère de la marche justificative dans la démonstration ; il n'y aura entre elles que la différence qui distingue en mathématiques la démonstration synthétique et la démonstration analytique ; et les règles énoncées ci-dessus indiquent les conditions auxquelles sont soumises les prémisses pour qu'on soit assuré, en partant d'elles, d'aboutir à une conclusion légitime.

CHAPITRE IV

Le raisonnement inductif.

---

70. — Pour caractériser le raisonnement inductif, il est commode de le rapprocher du raisonnement déductif. Bien que les explications des logiciens sur ce point manquent de netteté, voici, semble-t-il, comment on pourrait présenter l'opinion généralement admise. La conclusion du raisonnement inductif n'est pas, comme celle du raisonnement déductif, une vérité établie ; elle n'est pas démontrée par les prémisses [1], mais simplement suggérée à titre d'hypothèse. C'est seulement le raisonnement expérimental qui, prenant cette proposition hypothétique comme prémisse d'une série de raisonnements déductifs et en confrontant les conclusions logiques avec l'expérience, fournira à cette hypothèse la seule démonstration ou plutôt vérification dont elle soit susceptible. Autrement dit, l'induction ne serait pas un raisonnement, mais une méthode, pas une démonstration, mais un tâtonnement.

Il est certain que c'est l'expérience qui est appelée à légitimer en dernière analyse la conclusion du raisonnement inductif ;

1. — C'est ce qu'entendent les scolastiques en appelant logique formelle, c'est-à-dire concluant *vi formae*, la logique déductive (en y comprenant l'induction aristotélicienne ou *per enumerationem simplicem*, la seule que la logique scolastique ait connue) et ce qu'explique Leibniz en parlant des *arguments en forme :* « Par les arguments en forme, je n'entends pas seulement cette manière de raisonner dont on se sert dans les Collèges, mais tout raisonnement qui conclut par la force de la forme et où l'on n'a besoin de suppléer aucun article, de sorte qu'un sorite, un autre tissu de syllogismes qui évite la répétition, même un compte bien dressé, un calcul d'algèbre, une analyse des infinitésimales me seront à peu près des arguments en forme, parce que leur forme de raisonner a été prédémontrée, en sorte qu'on est sûr de ne s'y point tromper. » (*Nouveaux Essais*, IV, 17, § 4.)

mais cela n'est pas spécial à celle-ci : toutes les propositions en sont là, et la conclusion d'un raisonnement déductif elle-même. On ne la confronte pas avec l'expérience parce qu'on sait que c'est inutile, de même qu'on ne refait pas une expérience rapportée par un auteur digne de foi ; mais on ne la juge vraie que parce qu'elle est, sinon confirmée, du moins confirmable par l'expérience.

On dira peut-être que nous commettons ici une confusion grave entre vérité matérielle et vérité formelle, que ce que peut établir pour la conclusion d'un raisonnement déductif le recours à l'expérience, c'en est uniquement la vérité matérielle, et que la vérité formelle résulte, indépendamment de tout contrôle empirique, de la simple position arbitraire des prémisses.

Nous pourrions à notre tour voir dans cette objection une *ignoratio elenchi* et la déclarer irrecevable pour nous, en vertu de notre conception pratique de la logique, c'est-à-dire d'une logique qui, bien que formelle en soi, prend comme prémisses des vérités matérielles pour aboutir *vi formae* à des conclusions elles aussi matériellement vraies. Mais, en acceptant la conception de la déduction comme d'une logique formelle du pur possible, nous répondrons que dans le raisonnement inductif aussi il y a pour la conclusion, à côté de la vérité matérielle, une vérité formelle, et qu'on pourrait construire des raisonnements inductifs qui, logiquement valables (je veux dire valables d'après les lois de la logique inductive), seraient matériellement faux : il suffirait pour cela de prendre comme prémisses de ces raisonnements des suppositions contraires à l'expérience. En fait, les lois tenues d'abord pour vraies, puis rejetées comme fausses, ne sont que des raisonnements inductifs construits correctement (au point de vue de la logique inductive) sur des prémisses matériellement fausses. C'est sur cette confusion entre la vérité matérielle et la vérité formelle d'une conclusion inductive que repose l'opinion assez répandue qu'une loi inductivement établie est d'autant plus sûre qu'elle est confirmée par un plus grand nombre d'expériences. Cela est exact pour sa vérité matérielle, non pour sa vérité formelle (inductive). En soi, la conclusion d'un raisonnement inductif correct est légitimée, tout comme dans le raisonnement déductif, par la seule position de ses prémisses. Les démentis de l'expérience aux lois inductivement établies ne contredisent pas la conclusion du raisonnement inductif qui les a établies ; ils montrent simplement que cette conclusion n'est pas matériellement vraie et par suite que les prémisses ne l'étaient pas (102). Ces démentis de l'expérience jouent exactement, par rapport aux prémisses du raisonnement inductif, le même rôle que la réduction à l'absurde dans le raisonnement déductif.

Il y a donc parallélisme entre les raisonnements inductif et déductif ; seulement ce parallélisme est masqué par le fait que dans l'usage scientifique, comme on tient à la vérité matérielle des conclusions, on prend (ou on croit prendre) comme prémisses du raisonnement inductif des données de l'expérience, des vérités matérielles, tandis que dans le raisonnement déductif on ne se soucie pas aussi expressément de la vérité matérielle des prémisses. La différence entre les deux sortes de raisonnements (qui disparaît d'ailleurs dans une conception pratique de la logique) porte non sur leur conclusion, apodictique pour les conclusions déduites, purement hypothétique pour les conclusions induites, mais sur leurs prémisses qui, dans le raisonnement inductif sont (ou prétendent être) des vérités matérielles, dans le raisonnement déductif ne sont considérées que comme des postulats, susceptibles ou non de coïncider avec des vérités matérielles.

71. — Une autre façon, également courante, d'opposer les raisonnements inductif et déductif, est de considérer celui-ci comme concluant du général au spécial [1], tandis que l'induc-

1. — Nous substituons le mot spécial au mot particulier couramment employé dans ce sens parce que, selon une très juste remarque de M. Goblot, particulier ne s'oppose pas à général, mais à universel et est relatif, non à l'extension des sujets des propositions considérées, mais à leur quantité, ce qui est tout autre chose.

tion conclut du spécial au général. Nous ne saurions voir dans cette antithèse traditionnelle autre chose qu'une fausse fenêtre pour la symétrie. Il est très vrai que l'induction conclut du spécial au général, mais il est faux que ce qu'on appelle déduction conclue toujours du général au spécial. Laissant de côté pour le moment la question controversée de la déduction mathématique (83), nous nous bornerons à étudier la déduction dans ce que l'on considère comme son domaine propre et incontesté, à savoir le syllogisme. Il est facile de voir que cette déduction n'est spécialisante que dans un nombre très restreint de cas.

Il y a spécialisation, passage du général au spécial lorsque le sujet de la conclusion représente une classe (qui dans les conclusions singulières se réduit à un individu unique) contenue en extension dans la classe représentée par le sujet de celle des prémisses qu'on a prise comme point de départ du syllogisme, car on peut partir soit de la majeure, comme le voulait la logique scolastique, soit, comme Leibniz le jugeait préférable, de la mineure (35). Inversement il y a généralisation, passage du spécial au général, quand le sujet de la conclusion représente une classe qui contient dans son extension la classe représentée par le sujet de celle des prémisses qui sert de point de départ au syllogisme. Il faut donc, pour qu'on puisse parler soit de généralisation, soit de spécialisation, que l'extension relative des trois termes du syllogisme soit expressément connue. Or, cette condition n'est pas réalisée lorsque la conclusion (et par suite l'une des prémisses, en vertu de la règle *ambae affirmantes*) est négative, car dans ce cas, les deux termes de chacune de ces propositions s'excluant réciproquement, leur extension n'a aucun rapport assignable. De ce qu'aucun homme n'est oiseau, il est impossible de conclure laquelle des deux classes, celle des hommes ou celle des oiseaux, a la plus grande extension. Il ne peut donc être question de spécialisation, pas plus que de généralisation, dans la déduction syllogistique que pour les modes affirmatifs, et par suite il ne peut en être question dans la seconde figure, où la conclusion est toujours négative.

Cherchons maintenant, pour les modes affirmatifs des trois autres figures, quel est le rapport de généralité de la conclusion aux prémisses. Dans la 1re figure, si l'on part de la mineure, la déduction n'est ni spécialisante ni généralisante, elle reste si l'on peut dire au même niveau, la conclusion n'est ni plus ni moins générale que cette mineure, puisqu'elle a même sujet, à savoir le petit terme. Il y a, par contre, spécialisation dans le passage de la majeure à la conclusion ; en effet, le sujet de la majeure (moyen terme) a une extension plus grande que le sujet de la conclusion (le petit terme), puisqu'il en est le prédicat dans la mineure.

Dans la 3e figure, les prémisses ont toutes deux pour sujet le moyen terme, dont le petit terme est prédicat dans la mineure. Donc dans cette figure, quelle que soit la prémisse dont on part, le passage de cette prémisse à la conclusion est, non une spécialisation, mais une généralisation.

Dans la 4e figure, le sujet de la conclusion (petit terme) contient dans son extension le moyen puisqu'il en est le prédicat dans la mineure, et le moyen à son tour contient dans son extension le grand terme dont il est prédicat dans la majeure. Donc dans la 4e figure, le sujet de la conclusion est le plus général des trois termes du syllogisme, et la déduction est généralisante, quelle que soit celle des prémisses dont on part.

En résumé, dans la déduction syllogistique, il n'y a spécialisation que dans les modes affirmatifs de la 1re figure, *Barbara* et *Darii*, et encore à la condition de considérer dans ces modes le passage de la majeure à la conclusion ; dans tous les autres cas, ou bien il est impossible de déterminer d'après la forme du syllogisme si la conclusion est plus générale ou plus spéciale que les prémisses, ou la déduction reste au même niveau, ou enfin elle généralise.

72. — En ce qui nous concerne, nous évitons la difficulté que nous venons de signaler, puisque nous avons précisément réduit le syllogisme aux deux modes affirmatifs de la première figure. Nous pourrions donc à la rigueur conserver l'opposition du

raisonnement déductif comme descendant du général au spécial, et du raisonnement inductif comme remontant du spécial au général. Mais cette considération du général et du spécial, c'est-à-dire de classes s'emboîtant les unes dans les autres au point de vue de l'extension, nous semble étrangère à l'interprétation en connexion où nous avons essayé de montrer l'interprétation vraiment logique de la proposition et du raisonnement. Nous allons donc chercher à préciser, en l'exprimant en termes de connexion, en quoi consistent et par où diffèrent les raisonnements inductif et déductif.

Soit le raisonnement inductif qui, selon la conception courante de l'induction, peut s'énoncer sous cette forme :

L'oxygène est liquéfiable
Or l'oxygène est un gaz
Donc tout gaz est liquéfiable.

Nous pouvons et même nous devons, pour les mêmes raisons que nous avons fait valoir à propos du raisonnement déductif, le mettre sous la forme d'un syllogisme de la 1re figure, de la façon suivante :

Tout oxygène est liquéfiable
Or quelque gaz est oxgène
Donc tout gaz est liquéfiable,

syllogisme qui, pour la logique déductive, est manifestement faux. Construisons maintenant, avec les mêmes prémisses, un syllogisme déductif concluant ; ce sera :

Tout oxygène est liquéfiable
Or quelque gaz est oxygène
Donc quelque gaz est liquéfiable.

On voit par là que, tandis que dans le syllogisme déductif une conclusion universelle requiert une mineure universelle et qu'une mineure particulière n'autorise qu'une conclusion particulière, le raisonnement inductif prétend légitimer par une mineure particulière une conclusion universelle. Interprété en connexion, le raisonnement inductif consiste à affirmer que si

une notion en accompagne une autre dans une représentation d'ensemble (autrement dit dans un objet concret), elle doit l'accompagner également dans toutes les autres représentations d'ensemble où se retrouve cette notion. Toute proposition, nous l'avons vu (40), est l'expression synthétique de l'analyse d'une représentation d'ensemble sous-jacente à cette proposition. Les rapports et les différences des deux sortes de raisonnement, inductif et déductif, peuvent se résumer dans la formule suivante : tous deux consistent dans l'analyse de la représentation d'ensemble sous-jacente à la proposition *unde ;* ils diffèrent en ce que cette analyse met en évidence dans chaque cas un élément différent de cette représentation totale.

Soit par exemple les raisonnements suivants :

DÉDUCTIF	INDUCTIF
Socrate est homme	Socrate est homme
Or l'homme est mortel	Or Socrate est mortel
Donc Socrate est mortel [1].	Donc l'homme est mortel.

Quel est dans les deux cas le processus de l'esprit pour établir la proposition *quo* en partant de la proposition *unde* par l'intermédiaire de la proposition *qua* ?

Le raisonnement déductif, si l'on dégage sous les propositions les représentations d'ensemble sous-jacentes, consiste à passer de la représentation *unde* (Socrate-homme) à la représentation *quo* (Socrate-mortel) par l'intermédiaire de la représentation *qua* (homme-mortel). Le raisonnement peut s'énoncer ainsi : La représentation Socrate-mortel que je crée est légitime, j'ai le droit de la poser, parce qu'elle s'appuie sur la représentation que je possède Socrate-homme. La représentation *unde* Socrate-homme constate la liaison d'un ensemble de qualités propres

1. — Dans ce syllogisme, nous avons, pour mieux faire ressortir le parallélisme avec le raisonnement inductif, interverti l'ordre normal des prémisses ; mais cette permutation n'en altère en rien la validité ; au point de vue formel, c'est un syllogisme en *Bramantip* (4e figure) à conclusion convertie, ou, ce qui revient au même, un syllogisme en *Baralipton* (mode indirect de la 1re figure).

plement la répétition amoindrie de la représentation *qua* ; la seule différence est que dans le raisonnement déductif, la représentation *quo* laisse tomber de la représentation *qua* un élément général et retient un élément individuel, tandis que dans le raisonnement inductif, elle en laisse tomber un élément individuel pour retenir un élément général. Le raisonnement déductif, partant de la représentation d'ensemble Socrate-homme, conclut que l'humanité de Socrate entraîne la mortalité de Socrate ; le raisonnement inductif, partant de la même représentation d'ensemble, conclut que la mortalité de Socrate entraîne la mortalité de l'homme. Le raisonnement déductif revient à dire : Socrate est mortel bien que Socrate parce que homme ; le raisonnement inductif : l'homme est mortel parce que Socrate est homme bien que Socrate.

On pourrait dire que dans la généralité des cas, le raisonnement déductif repose sur l'analyse du prédicat de la proposition *unde*, le raisonnement inductif sur l'analyse de son sujet. Mais s'il en est ainsi dans la généralité des cas tels qu'ils se présentent dans le langage, n'oublions pas que c'est parce que le langage est déjà pénétré de logique, c'est-à-dire n'exprime qu'une attitude psychique spéciale (40).

73. — Si le raisonnement inductif ne diffère du raisonnement déductif qu'en ce qu'il tire d'une mineure particulière une conclusion universelle au lieu de la conclusion particulière qu'en tire légitimement le raisonnement déductif, il faudra, pour rendre légitime le raisonnement inductif, c'est-à-dire le transformer en un raisonnement déductif concluant ayant mêmes prémisses, amener la conclusion universelle du raisonnement inductif à coïncider avec la conclusion particulière du raisonnement déductif. Dans l'exemple que nous avons pris plus haut, pour que la conclusion inductive : Tout gaz est liquéfiable soit vraie, il faut et il suffit que jamais l'expérience ne puisse me présenter un gaz non-liquéfiable. Ce résultat sera évidemment obtenu si je conviens de réserver le nom de gaz aux seuls gaz liquéfiables, ce qui est absolument licite, car les définitions de

mots sont libres. Dans ce cas, la conclusion sera une proposition vraie en tant qu'analytique : Tout gaz (c'est-à-dire tout gaz liquéfiable) est liquéfiable ; et d'autre part cette restriction au sens courant du mot gaz n'aura aucune influence sur les prémisses, puisque, la majeure énonçant que l'oxygène est liquéfiable, je ne changerai évidemment rien à la mineure : L'oxygène est un gaz, en y substituant cet énoncé : L'oxygène est un gaz liquéfiable.

Il est incontestable que, sous cette forme, le raisonnement inductif ne nous apprend rien ; mais il est aussi satisfaisant pour la cohérence de l'esprit qu'un raisonnement déductif. C'est d'ailleurs, comme nous le verrons (88), sous cette forme que se présente l'un des procédés de la généralisation mathématique.

Mais si cette façon de présenter le raisonnement inductif le laisse incapable de rien nous apprendre, elle a l'avantage de montrer comment il pourrait nous apprendre quelque chose. Le problème logique de l'induction consiste dans la substitution à une conclusion particulière, légitime pour la logique déductive, d'une conclusion universelle. Mais si la proposition particulière est une universelle indéterminée, on pourrait dire une universelle virtuelle (48), il suffit, pour transformer une proposition particulière en une universelle ayant même sujet, d'ajouter à ce sujet la détermination qui entraîne pour lui la possession de l'attribut en question. La légitimation de la conclusion du raisonnement inductif et par suite de ce raisonnement lui-même consistera donc à établir quelle détermination apportée au sujet de la mineure permettra de mettre sous forme d'une proposition universelle la conclusion qui a même sujet, à déterminer par exemple dans quelles conditions le gaz est un gaz liquéfiable, l'animal un animal vertébré. Le raisonnement inductif pourrait se mettre sous cette forme schématique :

Majeure : M est toujours P
Mineure : S est quelquefois M $= S_x$ est toujours M
Conclusion : S_x est toujours P.

74. — Remarquons que c'est bien là le rôle du raisonnement inductif. On peut distinguer dans ce raisonnement deux cas, selon qu'il consiste (en termes d'inhérence) à étendre à tous les individus d'une classe l'affirmation, soit d'une propriété constatée dans certains individus de cette classe, soit de la même cause ou du même effet. Le premier cas se rapporte à des objets ou groupes de caractères simultanés, le second à des phénomènes ou groupes de caractères successifs ; mais il n'y a là qu'une différence secondaire, et la propriété d'être cause ou effet d'un certain phénomène est une propriété, un attribut comme un autre. Le processus est donc le même dans les deux cas ; il consiste à voir dans le cas concret considéré un type qui se retrouvera identique dans tous les cas analogues ; autrement dit, ce qui caractérise le raisonnement inductif, c'est l'exemplarité du cas concret considéré. Mais comme il s'agit dans ce raisonnement d'établir la connexion universelle de deux notions (le sujet et le prédicat de la conclusion), cette exemplarité exige que les déterminations auxquelles est unie ou soumise la notion sujet dans le cas concret où se constate le prédicat soient accidentelles, contingentes, c'est-à-dire sans influence sur la connexion de la notion prédicat avec la notion sujet. Que pour la science la connaissance soit une fin en soi ou seulement une fin secondaire en vue de l'action, il n'en reste pas moins que pour elle la connaissance consiste à rechercher des relations, non d'inhérence d'une qualité à un ou plusieurs objets, mais de connexion entre notions abstraites. Comme l'avait admirablement vu Aristote, si déjà la perception saisit l'homme dans Callias, la science est la connaissance, non de l'individuel, mais du général. Les objets concrets ne sont que les supports des notions. Dès lors, ce qui intéresse la science, ce n'est pas de savoir si telle classe ou collection d'objets concrets possède telle propriété, mais de savoir que telles notions s'accompagnent constamment, universellement dans l'expérience, c'est-à-dire à quelques déterminations empiriques qu'elles soient unies. Voir dans l'induction, selon la conception courante, le passage hypothétique de un ou quelques à tous, c'est confondre l'échafaudage avec la construction achevée, prendre un brouillon pour la rédaction définitive. L'induction ainsi comprise n'est qu'un moment préliminaire ; elle appartient à la science qui se fait et non à la science faite et relève de la psychologie plutôt que de la logique. Il ne s'agit pas pour la logique de déterminer comment l'esprit arrivera à trouver des lois, mais de prouver que ces lois une fois établies ou supposées sont vraies. La question n'est pas de savoir si tous les gaz ou quelques gaz seulement sont liquéfiables, mais quels gaz sont liquéfiables ou, ce qui revient au même, en tant que quoi le gaz est liquéfiable. La majeure du raisonnement inductif indique que la notion liquéfiable est liée dans l'oxygène à un ensemble de caractères, à savoir la compréhension de l'oxygène. Mais ces caractères n'ont pas tous la même importance en ce qui concerne la possession par ce sujet de l'attribut liquéfiable ; autrement dit, si en fait il y a connexion entre la représentation oxygène et la notion liquéfiable, en droit cette connexion de la notion liquéfiable n'est relative qu'à une partie de la représentation oxygène. C'est précisément ce qui permet la généralisation. S'il y avait connexion entre le prédicat liquéfiable et l'ensemble des caractères de l'oxygène, il serait illégitime d'affirmer la connexion du prédicat liquéfiable avec toute représentation qui ne possèderait pas l'ensemble de ces caractères, c'est-à-dire qui ne serait pas précisément l'oxygène. Mais si la connexion n'existe qu'entre liquéfiable et une partie des éléments de l'oxygène, elle se conservera dans tous les cas où cette partie subsistera, le reste des caractères de l'oxygène étant éliminé. Pour arriver à déterminer la connexion non plus concrète, mais abstraite de la notion liquéfiable, c'est-à-dire à quelle partie des caractères de l'oxygène est liée la notion liquéfiable, il suffira de dissocier dans l'ensemble de caractères qui constitue la compréhension de l'oxygène ceux qui sont liés et ceux qui ne sont pas liés avec le prédicat liquéfiable.

75. — C'est bien ainsi que procèdent en fait les sciences concrètes ou inductives. Des méthodes expérimentales auxquelles

St. MILL a attaché son nom, nous devons d'abord mettre de côté la méthode des résidus, surajoutée par lui aux trois autres qu'il a empruntées à BACON[1]. Cette méthode nous semble avoir donné lieu à une confusion. On semble la prendre souvent dans un sens extrêmement large et entendre simplement par là un procédé de recherche qui consiste à arriver au vrai par l'élimination du faux ; autrement dit, on emploie ce terme comme synonyme de démonstration indirecte. On s'explique que les auteurs qui entendent ainsi la méthode des résidus[2] y voient la méthode essentielle des sciences concrètes, puisque, comme nous le disons nous-même (93), en matière d'expérience la vérité ne peut être atteinte que par démonstration indirecte, et que M. BERROD, qui reprend et développe la même idée, établisse un parallélisme entre la méthode des résidus et la réduction à l'absurde[3]. Mais en réalité, à lui donner son sens strict, la méthode des résidus ne tient dans la méthodologie des sciences concrètes qu'une place secondaire ; plus exactement, si c'est une méthode expérimentale, ce n'est pas une méthode inductive, en tant qu'elle n'aboutit pas à l'établissement d'une loi, mais seulement à la connaissance plus précise d'un fait dont tel caractère avait jusqu'alors passé inaperçu. Elle a pour résultat toujours de découvrir l'existence de cet élément (le *quod est* des scolastiques, le *sein* des Allemands), et quelquefois par surcroît d'en déterminer la nature (*quid est, sosein*). On sait d'une part par constatation que l'objet considéré possède certaines qualités. On sait d'autre part, par application de lois déjà connues, que si l'objet était constitué uniquement par les éléments qu'on

1. — Sans oublier bien entendu cette différence essentielle que les *tables* de BACON ne sont que des collections de faits et que BACON ne semble pas être arrivé à une distinction nette entre l'induction aristotélicienne et l'induction « amplifiante » qu'il est par suite peu justifié de nommer baconienne.

2. — Cf. par exemple RABIER, *Logique*, pp. 134-135.

3. — BERROD, *Le raisonnement par l'absurde et la méthode des résidus*, in *Revue philosophique*, Avril 1912, pp. 397 sq.

en connaît, il devrait avoir des propriétés différentes de celles qu'il présente en fait. Il y a donc un résidu des propriétés réelles de l'objet par rapport à celles qu'il devrait avoir s'il ne contenait que les éléments qu'on en connaît. De ce résidu dans les propriétés on conclut à un résidu dans les caractères, autrement dit on conclut que l'objet ou le fait envisagé possède quelque caractère encore inconnu.

Ainsi, essentiellement, la méthode des résidus pose un problème : il y a dans l'objet considéré quelque caractère ignoré ; quel est ce caractère ? Quelquefois, accessoirement, cette méthode, après avoir posé le problème, permet de le résoudre. On connaît le résidu, la différence entre les propriétés réelles de l'objet, c'est-à-dire celles qui sont liées à ses caractères réels, et les propriétés qu'il devrait avoir si ces caractères réels se réduisaient à ses caractères connus. La nature du résidu des propriétés permet de faire une hypothèse sur la nature du résidu des caractères, et l'hypothèse ainsi suggérée peut être, dans certains cas favorables, soumise au contrôle de l'expérience. La « troublante » d'Uranus est le résidu des propriétés réelles de son orbite par rapport à celles de l'orbite qu'elle eût dû suivre si elle n'avait été influencée que par les planètes connues avant LE VERRIER. Celui-ci calcule que ce résidu est le même que celui qui correspondrait à l'attraction d'une planète inconnue possédant tels caractères, et justement un astronome berlinois découvre la planète répondant à ces conditions.

La confusion sur le rôle véritable de la méthode des résidus que nous avons cherché à mettre en lumière nous semble reposer sur l'équivoque du mot cause. Selon les auteurs que nous critiquons, la méthode des résidus cherche la cause d'un phénomène tout comme les autres méthodes expérimentales, bien que par un procédé différent. En réalité, il ne s'agit pas dans les deux cas de la même cause. La cause que recherchent les méthodes de concordance, de différence et des variations concomitantes est une cause universelle, un fait ou un caractère auquel un autre fait ou un autre caractère (l'effet) est toujours

lié dans les cas concrets complexes où il se trouve lui-même, par exemple la vibration par rapport à la production du son ; en d'autres termes, ici la cause est une loi. Mais dans la méthode des résidus, elle n'est qu'un fait purement individuel : par exemple l'action de Neptune comme cause de la troublante d'Uranus n'est qu'un caractère individuel de l'orbite de cette planète. La méthode des résidus pourra conduire à trouver des lois, mais ce ne sera pas par sa vertu propre, qui se borne à préciser des faits ; elle aura besoin de se compléter par les autres méthodes, proprement inductives.

76. — La méthode des variations concomitantes est bien une méthode inductive, mais quelle que soit, pour la valeur des résultats qu'elle fournit, sa supériorité sur la méthode de différence, elle n'est au point de vue du mécanisme logique qu'un dérivé de celle-ci. Il y a entre ces deux méthodes le même rapport qu'entre les lois qu'elles servent respectivement à établir, lois causales et lois de variations concomitantes (4). Si par exemple on compare (méthode des variations concomitantes) trois cas dans lesquels le caractère général ait les valeurs C, C′, C″, et la propriété étudiée les valeurs P, P′, P″, on pourra dire que le second diffère du premier en ce que C et P y ont disparu, puisqu'ils ont été remplacés par C′ et P′, et de même pour le troisième. D'une manière plus précise, la substitution de la méthode des variations concomitantes à la méthode de différence consiste à faire des lois spéciales établies par plusieurs applications séparées de celle-ci la matière d'une nouvelle induction.

77. — Il ne reste donc plus en définitive comme méthodes inductives essentielles que les méthodes de concordance et de différence. Or, elles jouent dans les sciences concrètes exactement le même rôle que dans les sciences abstraites, logique formelle et mathématiques, la démonstration indirecte. Elles servent en effet toutes deux à déterminer, par la comparaison d'une expérience ou d'un cas concret avec un ou plusieurs autres, à quelle partie de la compréhension du sujet est liée la propriété qu'il possède

dans cette expérience. Soit par exemple le cas concret d'une corde de violon frottée qui produit un son. Le prédicat sonore est lié au sujet : corde de violon vibrant, qui réunit deux éléments : l'élément corps vibrant et l'élément corde de violon. Le cas concret considéré nous présente les deux éléments sur le même plan par rapport à la propriété d'être sonore ; le problème de l'induction est de dissocier ces deux éléments, de réduire l'un au rôle d'élément accidentel et de montrer par suite que l'autre est essentiel par rapport à ce prédicat. Pour résoudre ce problème, la méthode générale est de supprimer l'un des deux éléments afin de voir la conséquence de cette suppression pour la propriété considérée. A ce corps vibrant qui est une corde de violon ou à cette corde de violon qui est un corps vibrant on va substituer d'une part une corde de violon qui ne soit pas un corps vibrant, d'autre part un corps vibrant qui ne soit pas une corde de violon. Le premier procédé est la méthode de différence, le second la méthode de concordance. En frappant par exemple sur un tambour, je réalise un corps vibrant qui n'est pas une corde de violon, et je constate que dans ce nouveau cas la production du son subsiste. J'en conclus que dans le cas du violon, la production du son n'était pas liée à la nature spéciale du corps vibrant, d'où, par voie de conséquence, qu'elle était liée à la vibration en général. La méthode de concordance établit donc indirectement quel est, dans le cas du violon, l'élément général, c'est-à-dire connexe en droit avec le prédicat sonore, en établissant directement que le reste de sa compréhension n'est pas lié à ce prédicat. C'est la même connexion de droit entre la sonorité et la vibration que fournit, par une autre voie, la méthode de différence. Comparant la corde frottée et vibrant avec un autre cas où la corde est laissée en repos, je constate que le son qui se produisait tout à l'heure ne se produit plus. Donc, dans la corde de violon vibrant, ce n'est pas à la corde de violon qu'est lié le prédicat sonore, puisque dans un cas où elle subsiste, ce prédicat a disparu ; il est donc lié à la vibration. En résumé, les méthodes expérimentales se ramènent à ce

schème : quand on a éliminé d'un objet possédant une certaine propriété les caractères individuels, c'est-à-dire ceux auxquels la propriété n'est pas liée universellement, le caractère restant est le caractère général par rapport à la propriété. La différence entre les deux méthodes réside seulement dans la façon d'établir que la propriété n'est pas liée aux caractères individuels ; elle n'y est pas liée dans la méthode de concordance parce qu'elle subsiste dans des cas où ces éléments sont absents, et dans la méthode de différence parce que ces éléments étant également présents dans les cas comparés, la propriété est présente dans l'un, absente dans l'autre. On pourrait donc avantageusement substituer aux noms équivoques de ces deux méthodes [1] les désignations suivantes : méthodes d'élimination dans un cas concret de l'élément individuel (concordance) et de l'élément général (différence).

Notons en passant, ne fût-ce que pour montrer combien la pensée spontanée est pénétrée de logique, parce que, comme nous le verrons, la logique est la condition de la vie, que l'esprit humain, dès le début de la vie psychique, applique inconsciemment et sous forme rudimentaire les méthodes expérimentales. L'opération primordiale de l'intelligence est la discrimination, qui consiste à découper des éléments distincts (choses ou qualités, objets ou phénomènes) dans la continuité confuse de l'expérience brute, du « donné ». Or, cette discrimination se fait, comme l'a remarqué avec pénétration W. JAMES [1], selon « une loi de dissociation par variation des concomitants ». Les exemples mêmes qu'il donne montrent la parenté de cette opération psychique avec les méthodes logiques de concordance et de différence. L'expérience, dit-il, nous amène à dissocier la liquidité de la transparence en nous apprenant qu'il y a des objets liquides qui ne sont pas transparents, des objets transparents qui ne sont pas liquides. De même les méthodes expérimentales séparent la qualité d'être un corps vibrant sonore de celle d'être une corde de violon en établissant d'une part (méthode de différence) qu'il y a des cordes de violon qui ne sont pas vibrantes et sonores, à savoir celles qu'on ne fait pas vibrer, d'autre part (méthode de concordance) qu'il y a des corps vibrants et sonores qui ne sont pas des cordes de violon, par exemple la peau de tambour sur laquelle on frappe. — Nous signalerons à ce sujet la bévue à laquelle une analogie verbale nous avait amené nous-mêmes et a conduit après nous M. ROUSTAN [2], et qui consiste à substituer, dans la traduction du passage de JAMES cité ci-dessus, « dissociation par variations concomitantes » à « dissociation par variations des concomitants ». En se reportant aux exemples mêmes de JAMES, on voit sans peine que la variation concomitante ne ferait que perpétuer la confusion des deux éléments variant simultanément : si dans un corps passant de l'état solide à l'état liquide, la liquidité et la transparence diminuaient ensemble en passant par exemple par un état pâteux, liquidité et transparence continueraient à nous sembler une seule et même chose.

78. — Le raisonnement inductif a pour rôle de formuler dans sa conclusion une loi, c'est-à-dire une relation de connexion

1. — J'ai pu constater en corrigeant des copies de baccalauréat que nombre de candidats n'arrivaient pas à faire la distinction de ces deux méthodes et appliquaient à l'une des exemples de l'autre, manifestement trompés par ces mots déplorables de concordance et de différence. Ici comme dans une foule d'autres cas, la terminologie admise a pour effet d'embrouiller les idées au lieu de les éclaircir. Il y a de la concordance dans la méthode de différence puisque, dans l'exemple cité, les deux expériences contiennent un élément commun, la corde de violon ; et il y a de même de la différence dans la méthode de concordance, puisqu'une corde de violon n'est pas la même chose qu'une peau de tambour. Plus exactement, ce qu'il y a d'essentiel dans ces deux méthodes, c'est la *différence* entre les cas concrets que compare chacune d'elles, car si les cas comparés étaient identiques, ils ne nous apprendraient rien de plus qu'un cas unique. Mais cette différence entre les cas comparés et par suite entre les éléments ou caractères qui en constituent la compréhension ne porte pas sur les mêmes caractères dans les deux méthodes.

1. — JAMES, *Principles of Psychology*, t. I, pp. 502-507.

2. — LUQUET, *Idées générales de psychologie*, p. 176. — ROUSTAN, *Leçons de philosophie*, t. I, p. 327.

universelle entre deux notions. Mais si nous possédons la notion qui doit dans cette conclusion jouer le rôle de prédicat, nous ignorons celle qui doit y entrer comme sujet. Cette conclusion sera donc de la forme : Tout x est P (P accompagne toujours x). Quelles sont maintenant les conditions requises par la pensée pure ou analytique, par la cohérence interne de la pensée pour légitimer cette conclusion ? Celles même du raisonnement déductif ; il s'agit donc de construire un syllogisme déductif en *Barbara*, ayant comme grand terme le prédicat dont le raisonnement doit démontrer la connexion universelle avec le sujet encore inconnu de la conclusion. Ce syllogisme sera :

Tout M est P
Tout x est M
Donc tout x est P.

La majeure de ce syllogisme sera fournie par un cas concret présentant le même prédicat que la conclusion à légitimer ; ce sera par exemple : Tout oxygène est liquéfiable. Nous avons ainsi le syllogisme en voie de construction :

Conclusion : Tout (gaz-x) est liquéfiable.
Majeure : Tout oxygène est liquéfiable.

Il reste à construire la mineure de ce syllogisme. Les règles du syllogisme déductif exigent qu'elle soit :

Tout (gaz-x) est oxygène.

Or, ce que l'expérience nous fournit, ce n'est pas cette mineure universelle dont nous avons besoin, mais la mineure particulière : Quelque gaz-x est oxygène, qui n'autorise pas la conclusion que nous voulons légitimer.

Mais si le syllogisme ainsi construit n'est pas concluant, c'est que nous avons mal choisi son moyen terme. Nous avons pris comme moyen terme dans la majeure l'oxygène, c'est-à-dire l'ensemble des caractères que présente l'oxygène dans l'expérience, de sorte que ce moyen terme devant conserver dans la

mineure le même contenu, il est impossible d'énoncer dans celle-ci que tout (gaz-x) est oxygène, car la compréhension de la notion (gaz-x) ne renferme plus que ce qui reste des caractères constitutifs de l'oxygène quand on en a retranché les caractères individuels de l'oxygène. Pour obtenir le moyen terme qui nous permettra de construire le syllogisme déductif concluant aboutissant à la conclusion inductive qu'il s'agit de légitimer, il faut donc que nous arrivions à substituer dans la majeure au moyen terme *provisoire* que nous fournit l'expérience un moyen terme *définitif* qui ne renferme plus de l'ensemble des caractères auquel est lié le prédicat liquéfiable dans le cas de l'oxygène que ceux auxquels ce prédicat est lié universellement. Le problème de l'induction est donc de substituer à la majeure fournie par le cas concret considéré une autre majeure où le sujet soit un ensemble, non plus empirique, mais intellectuel de caractères, une construction ne conservant de l'ensemble de caractères présentés en bloc et sur le même plan par l'objet empirique que ceux auxquels est universellement connexe le prédicat en question, c'est-à-dire les caractères en même temps que lesquels il apparaît ou disparaît. L'induction consiste à substituer aux prémisses empiriques ou brutes :

L'oxygène est liquéfiable
Quelque gaz est oxygène

les prémisses intellectualisées :

(L'oxygène moins les différences individuelles de l'oxygène) est liquéfiable

Tout gaz-x est (l'oxygène moins les différences individuelles de l'oxygène).

La majeure du syllogisme inductif énonce que le sujet et le prédicat de la conclusion sont liés dans quelques cas, mais dans des cas qui ne sont pas ou sont insuffisamment déterminés, par exemple que le gaz et le liquéfiable sont connexes dans certains cas tels que l'oxygène, la corporéité et la sonorité dans des cas

tels qu'une corde de violon. Pour déterminer quels sont, parmi les caractères dont l'ensemble constitue l'oxygène ou la corde de violon, ceux auxquels sont toujours liés le liquéfiable ou la sonorité, il suffit de retrancher de cet ensemble les caractères auxquels cette propriété n'est pas liée universellement, soit qu'ils subsistent alors que la propriété a disparu (méthode de différence), soit qu'ils puissent disparaître alors que la propriété subsiste (méthode de concordance). Tout corps susceptible de vibrer cesse d'être sonore quand il ne vibre pas, et à plus forte raison ne sont pas sonores les corps qui ne seraient jamais susceptibles de vibrer ; tout oxygène qui est susceptible d'être liquéfié cesse de l'être quand il n'a pas atteint son point critique, et à plus forte raison tout gaz que l'on ne saurait amener à son point critique. On acquiert ainsi le droit de substituer à Quelque corps : Tout corps vibrant, c'est-à-dire la vibration, et à Quelque gaz : Tout gaz ayant atteint son point critique, autrement dit la situation au point critique.

Nous voyons donc que le raisonnement inductif, comme le raisonnement déductif, repose sur le droit pour l'esprit d'affirmer dans la conclusion la liaison d'un sujet et d'un prédicat qui n'apparaissaient pas comme liés, dont la connexion n'était pas manifeste dans une proposition antérieure (proposition *unde*). La différence entre ces deux sortes de raisonnement est que ce qui est en question dans l'un, c'est le prédicat qu'on est en droit d'affirmer du sujet de la conclusion, à savoir le grand terme, tandis que dans l'autre, c'est le sujet qu'on a le droit d'affirmer du prédicat de la conclusion, c'est-à-dire le petit terme.

Le raisonnement déductif d'abord consiste, en partant de la prémisse qui contient le grand terme, dans la substitution légitime d'un autre sujet au sujet de cette majeure (Socrate à Homme dans Tout homme est mortel), et la mineure a pour rôle de montrer la légitimité de cette substitution. La majeure énonce qu'une notion (mortalité) en accompagne une autre (humanité) *toujours*, c'est-à-dire à quelques déterminations individuelles que celle-ci se trouve liée dans des représentations concrètes ou objets d'expérience. La mineure énonce que dans telle représentation concrète, la seconde notion se trouve unie à des déterminations (les caractères individuels de Socrate) qui, d'après la majeure, sont sans influence sur la connexion des deux notions. Le raisonnement déductif pourrait se formuler ainsi : si S est toujours P, S reste P quand il devient S*n* (L'humanité est toujours mortelle, donc elle reste mortelle en devenant l'humanité socratique).

Tandis que dans le raisonnement déductif le terme en question (grand terme) est expressément énoncé dans les prémisses, celles du raisonnement inductif, en tant qu'elles expriment des constatations empiriques, n'énoncent pas explicitement le terme en question (ici le petit terme). Il faut donc commencer par substituer à ces prémisses apparentes les prémisses logiques véritables. La substitution dans le raisonnement déductif du sujet de la conclusion à celui de la majeure revenait à retrancher de celui-ci une partie de sa généralité (à savoir tous ceux des caractères constituant la généralité de la notion homme qui sont unis à la compréhension de cette notion dans les hommes autres que Socrate). Le raisonnement inductif retranche du sujet de la majeure (l'oxygène) pour en faire le sujet de la conclusion, une partie, non plus de sa généralité, mais de sa compréhension (les caractères individuels de l'oxygène), parce que la mineure énonce, comme résultat du recours aux méthodes expérimentales, que ce qui dans cette compréhension est connexe au grand terme, c'en est exclusivement la partie conservée dans le sujet de la conclusion (Tout gaz-*x*, ou la possibilité d'atteindre son point critique).

79. — On pourrait donc dire que l'induction telle que la pratique la science recouvre une induction formelle, parallèle et de sens contraire à la déduction formelle. Si l'on veut comparer l'induction et la déduction, il faut comparer, non pas comme on le fait toujours, faute d'avoir dégagé l'induction formelle sous-

jacente à l'induction matérielle, cette induction matérielle et la déduction formelle, mais l'induction formelle et la déduction formelle d'une part, l'induction et la déduction matérielles d'autre part. L'induction formelle n'est pas moins rationnellement légitime que la déduction formelle, pour cette raison que toutes deux reposent sur une application inverse d'un principe commun. Le raisonnement déductif suppose que, quand une notion est universellement connexe à une autre, c'est-à-dire l'accompagne dans tous les cas, elle l'accompagne dans un cas quelconque ; inversement le fondement requis par le raisonnement inductif est que, lorsqu'elle l'accompagne dans un cas quelconque, elle l'accompagne dans tous les cas. Le fondement du raisonnement inductif n'est donc bien qu'une application, inverse de celle qu'en fait le raisonnement déductif, d'un principe plus général, à savoir l'équivalence logique de *tous* et de *tout* signifiant *un quelconque*, autrement dit l'équivalence absolue et par suite réversible entre l'abstrait et le concret, c'est-à-dire entre les données empiriques et les constructions conceptuelles de l'esprit, une fois le concret dépouillé des déterminations particulières et accidentelles qui en lui recouvrent et quelquefois masquent l'abstrait dont il est le support. L'induction formelle, comme la déduction formelle, consiste pour l'esprit à poser dans sa pleine autonomie des propositions dont les termes sont définis exclusivement par leurs relations réciproques de connexion et à constater que la connexion affirmée de deux de ces termes est d'accord avec la connexion de chacun d'eux avec le troisième. Par suite, la différence entre l'induction et la déduction porte exclusivement sur l'induction et la déduction matérielles, c'est-à-dire sur l'application de ces raisonnements formels ou schématiques à des propositions matériellement vraies, de telle sorte que la vérité matérielle des propositions prises pour prémisses se transfère à la conclusion.

La déduction et l'induction matérielles, elles aussi, se ressemblent jusqu'à un certain point. Toutes deux consistent à

trouver dans des représentations d'ensemble ou objets concrets des notions réelles qui aient entre elles des relations identiques à celles que l'induction et la déduction formelles établissent entre les notions idéales sur lesquelles elles opèrent. Mais la ressemblance s'arrête là. Dans le syllogisme matériel : Tout homme est mortel, Or Tout Européen ou Quelque animal est homme, ces prémisses énoncent qu'il y a en fait entre les notions homme et mortel, entre les notions Européen ou animal et homme les relations de connexion universelle ou particulière qu'expriment les prémisses du syllogisme formel : Tout M est P, Or Tout ou Quelque S est M. Dans la déduction, les vérités matérielles capables de coïncider avec les prémisses formelles existent déjà toutes faites, en acte dans notre connaissance, et il suffit de les y puiser telles quelles.

Mais pour l'induction il n'en va plus de même. Le raisonnement inductif formel énonce que le prédicat P est lié universellemens à la notion S parce qu'il est lié universellement à une notion elle-même universellement liée à la notion S. Or, si dans la déduction ma connaissance me fournissait comme majeure une loi, c'est-à-dire la connexion universelle requise par le raisonnement formel, dans le cas de l'induction elle ne me fournit pas cette loi, puisque l'induction a précisément pour rôle de la trouver, mais seulement un cas particulier de cette loi, par exemple la liaison du liquéfiable à l'oxygène. Ma connaissance n'est donc pas capable de s'insérer telle quelle, *hic et nunc*, dans le cadre formel ; elle a besoin, pour devenir de loi virtuelle loi actuelle, d'une élaboration que lui apportent les méthodes expérimentales. Mais une fois cette élaboration effectuée, à la majeure fournie par l'expérience brute que le prédicat liquéfiable est lié universellement à la représentation oxygène, je puis joindre la mineure qui m'enseigne que la partie de cette représentation concrète à laquelle est universellement lié le prédicat liquéfiable est ce qui subsiste de cette représentation quand on l'a vidée pour ainsi parler des éléments individuels

de l'oxygène, résidu intellectuel et, pourrait-on dire, précipité scientifique de la représentation concrète fourni par les méthodes expérimentales. Je suis dès lors en possession d'éléments matériels capables de remplacer, dans le raisonnement inductif formel, les symboles indéterminés S, M, P, et en particulier de la notion, extraite de l'expérience, bien qu'abstraite et générale, qui servira de sujet à la conclusion matérielle. Ainsi l'expérience immédiate ne fournit, comme point de départ de l'induction, que des vérités relatives à des cas spéciaux ; il est donc nécessaire de transformer ces cas spéciaux en cas particuliers d'une proposition générale, ce que fait la majeure, mais en cas particuliers abstraits ou indéterminés : transformer par exemple, grâce à la mineure, Callias en quelque homme, mais un homme quelconque, ou l'oxygène en quelque gaz, mais un gaz quelconque. C'est ce passage du spécial au particulier abstrait, auquel se surajoute par l'induction formelle le passage du particulier abstrait à l'universel, qui constitue l'essence de l'induction matérielle, et l'unique rôle de la méthode expérimentale comme auxiliaire ou préparation de l'induction est d'extraire des cas *déterminés* que nous présente l'expérience brute le cas *quelconque* que requiert le raisonnement inductif formel.

Il faut d'ailleurs ajouter que ce passage du spécial au particulier abstrait, en un mot l'induction matérielle, est une marche essentiellement déductive. Les méthodes de concordance et de différence qui permettent ce passage ne sont que des opérations syllogistiques, comme il est facile de l'établir. Toutes deux contiennent, sous forme schématique, deux éléments : d'une part un syllogisme disjonctif (mode *tollendo-ponens*), établissant la conclusion particulière indéterminée en question, d'autre part un syllogisme hypothétique (mode *tollens*), qui a pour rôle d'établir la vérité de la mineure du syllogisme disjonctif. La seule différence entre les deux méthodes, en ce qui concerne leur mécanisme, réside dans la différence des prémisses auxquelles on recourt dans le syllogisme hypothétique pour arriver comme conclusion à cette mineure. Prenons un exemple concret :

MÉTHODE DE DIFFÉRENCE | MÉTHODE DE CONCORDANCE

a) *Syllogisme disjonctif.*

Le son de la corde vibrant est lié au caractère corde ou au caractère vibrant
Or il n'est pas lié au caractère corde
Donc il est lié au caractère vibrant.

b) *Syllogisme hypothétique*
établissant la vérité de la mineure du syllogisme disjonctif.

Méthode de différence	Méthode de concordance
S'il était lié au caractère corde, il se retrouverait dans la corde non-vibrant	S'il était lié au caractère corde, il ne se retrouverait pas dans un vibrant non-corde
Or il ne se retrouve pas dans la corde non-vibrant	Or il se retrouve dans un vibrant non-corde (p. ex. un tambour)

Donc il n'est pas lié au caractère corde.

80. — Par tout ce qui précède, on voit combien se restreint et se précise l'opposition entre l'induction et la déduction. L'induction formelle n'est pas moins concluante, pas plus hypothétique que la déduction formelle, et l'induction matérielle consiste, en ce qu'elle a de schématique, dans des opérations déductives. Certes, l'induction exige de l'imagination, cette sorte d'invention ou de génie que nulle méthode, nul formulaire ne peut procurer ni suppléer, pour trouver les procédés de détail, les dispositifs, les instruments, les expériences, qui permettront d'appliquer aux faits les méthodes expérimentales pour effectuer l'induction matérielle ; mais il n'en faut pas moins dans la déduction matérielle pour trouver le moyen terme. L'opposition entre l'induction et la déduction [syllogistique ou spécialisante ; nous verrons plus loin (83 et 92) qu'il existe une autre sorte de déduction, la démonstration ou substitution d'équivalents] nous semble donc se restreindre à la différence de leur rôle pratique, du genre de services qu'elles rendent à la science : la déduction est le raisonnement qui applique des lois déjà trouvées, l'induction le raisonnement qui découvre des lois nouvelles ; dans le trésor scientifique, l'induction encaisse, la déduction débourse.

81. — Jusqu'à présent, nous n'avons envisagé l'induction que dans les sciences concrètes (*Naturwissenschaften* des Allemands), où son emploi est incontesté. A-t-elle aussi une place en mathématiques ? Selon certains, cela serait impossible par définition, les mathématiques s'opposant en tant que sciences déductives aux sciences concrètes, sciences inductives [1]. Cette opposition des sciences d'après leur méthode nous semble exagérée et artificielle. A vrai dire, elle n'est que la reprise sous une forme modernisée de la classification des sciences de BACON [2] d'après la faculté de l'âme qu'elles mettent en jeu et succombe à la même objection que A. COMTE [3] adressait à celle-ci, et qui est devenue classique contre toute classification « subjective » des sciences, à savoir que toutes les méthodes, comme toutes les facultés, sont plus ou moins intéressées dans n'importe quelle science particulière. Plus utile qu'une classification des sciences serait, à notre avis, une classification des méthodes envisagées sous forme abstraite, indépendamment de leur emploi éventuel dans telle ou telle science particulière, et l'examen des mathématiques au point de vue du rôle qu'y joue l'induction nous permettra d'esquisser cette classification. Certes, la déduction

1. — Cette opposition semblerait presque prendre l'allure d'une sorte de dogme intangible chez M. GOBLOT, qui y revient sans cesse dans ses différents travaux. Cf. par exemple : « La tradition qui définit la déduction — en un langage d'ailleurs très défectueux — " le raisonnement qui va du général au particulier ", nous obligerait à dire que les mathématiques ne sont pas déductives. » (*Déduction et Syllogisme*, in *Revue de métaphysique*, 1910, pp. 478-479). — « Faut-il voir dans les différentes formes de généralisation ci-dessus mentionnées des cas d'induction en mathématiques ? Je ne le crois pas. A ce compte,... les mathématiques ne seraient plus des sciences déductives. » (*L'Induction en math.*, in *Revue phil.*, janvier 1911, pp. 66-67). — Ce point a donné lieu entre M. GOBLOT et moi à une controverse dans la *Revue philosophique* : LUQUET, *L'induction en mathématiques*, septembre 1910, pp. 262 sq. — GOBLOT, *L'induction en mathématiques*, janvier 1911, pp. 63 sq. — LUQUET, *Mathématiques et sciences concrètes*, avril 1911, pp. 408 sq. — Tout récemment, le débat a été prolongé par un article de M. BERROD, *Le raisonnement par l'absurde et la méthode des résidus* (*Revue philosophique*, avril 1912, pp. 397 sq.), auquel il est fait quelques allusions dans le cours de ce chapitre.

2. — On notera que le défenseur le plus intransigeant de cette thèse, M. GOBLOT, est l'auteur d'un *Essai sur la classification des sciences*.

3. — A. COMTE, *Cours de phil. posit.*, 2e Leçon, début.

ayant pour office d'expliciter les conséquences implicites de prémisses posées, tient une place considérable en mathématiques, mais même les manuels classiques consacrent un paragraphe au rôle de la déduction dans les sciences concrètes. Par quelque voie qu'on soit arrivé à établir une proposition générale, loi empirique ou énonciation mathématique, la déduction est également capable de s'y appliquer, et les lois spéciales ont à l'égard des lois générales dans les sciences concrètes le même rapport que les corollaires aux théorèmes (en faisant rentrer sous cette dénomination commune aussi bien les définitions, les axiomes et les postulats que les théorèmes proprement dits). Le raisonnement expérimental, qui joue un rôle si considérable dans les sciences dites inductives, ne fait que tirer déductivement les conséquences de l'hypothèse pour les confronter avec l'expérience. Donc sciences inductives nous semble vouloir dire simplement sciences qui font appel *surtout*, mais non *exclusivement*, à l'induction : il y a de la déduction dans les sciences inductives. De même et inversement, sciences déductives signifie simplement sciences qui font surtout appel à la déduction. Nier *a priori* la possibilité de procédés inductifs en mathématiques nous semble aussi vain que de nier *a priori* la possibilité de phénomènes psychiques inconscients, et il nous semble extrêmement facile de montrer qu'en fait l'induction tient en mathématiques une place importante, et d'établir un parallélisme entre les procédés mathématiques et ceux des sciences concrètes. Quelques modifications de détail ou spécifications que doive recevoir la méthode générale pour s'adapter plus exactement aux objets spéciaux des diverses sciences particulières, la méthode dans son fond est une comme l'esprit humain dont elle est l'instrument.

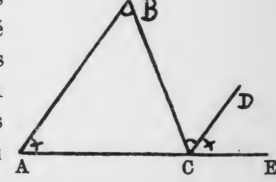
82. — Les propositions des sciences concrètes, les vérités qu'elles énoncent, sont de deux sortes, des constatations et des prévisions (2). Ces deux éléments se retrouvent en mathématiques, les constatations sous le nom d'intuition et de vérification, les prévisions sous le nom de démonstration. On pourrait même, si l'on tenait à la symétrie, transporter aux mathématiques la

distinction établie pour les sciences concrètes entre l'observation et l'expérimentation comme procédés de constatation : l'intuition serait la forme mathématique de l'observation, la vérification l'équivalent de l'expérimentation en mathématiques.

83. — Arrivons au détail des procédés mathématiques. Dans la déduction rentrent les procédés appelés traditionnellement démonstration directe (analytique et synthétique) et démonstration indirecte ou réduction à l'absurde. On a beaucoup discuté pour savoir si ces raisonnements sont ou non des syllogismes [1]. C'est là selon nous une question mal posée, et tout dépend du sens qu'on donnera au mot syllogisme. Nous proposons les définitions suivantes qui, ne portant que sur des caractères purement formels, ont l'avantage de ne prêter à aucune controverse. Nous prenons pour fondement de la classification des raisonnements le rapport de généralité de la proposition dont on part (proposition *unde*) et de celle à laquelle on aboutit (proposition *quo*). Si le sujet de la proposition *quo* peut être considéré comme une espèce d'un genre que représenterait le sujet de la proposition *unde*, le raisonnement passera du général au spécial, sera spécialisant. Si le sujet de la proposition *unde* peut inversement être considéré comme une espèce d'un genre que représenterait le sujet de la proposition *quo*, le raisonnement passera du spécial au général, sera généralisant. Enfin, si les deux propositions ont même sujet ou s'il est impossible d'établir entre le sujet de la proposition *unde* et celui de la proposition *quo*, soit dans un sens, soit dans l'autre, le rapport d'espèce à genre, si par suite on ne peut déterminer la généralité relative de ces propositions, le raisonnement ne sera ni spécialisant ni généralisant et restera si l'on peut dire au même niveau. Le raisonnement généralisant est ce que j'appelle, avec l'usage courant, induction ; les deux autres sortes de raisonnement sont deux espèces de déduction. Dans la déduction ainsi définie par son opposition à l'induction, en tant que raisonnement

1. — Cf. par exemple Rodier, *Les fonctions du syllogisme*, in *Année philosophique*, 1908, pp. 47 sq.

non-généralisant, la déduction spécialisante correspond au syllogisme typique, la déduction qui reste au même niveau constitue un autre procédé déductif, à savoir la substitution d'équivalents. Un exemple élémentaire, celui de la démonstration du théorème relatif à la somme des angles d'un triangle, va nous permettre de faire saisir la différence entre ces deux sortes de déduction.



1° La somme des angles formés autour d'un point du même côté d'une droite est égale à deux droits

Or la somme des angles BCA + BCD + DCE est la somme des angles formés autour du point C du même côté de la droite AE

Donc la somme des angles BCA + BCD + DCE est égale à deux droits.

Nous avons là un syllogisme ou raisonnement spécialisant : la somme des angles BCA + BCD + DCE est une espèce, un cas particulier du genre somme des angles formés autour d'un point du même côté d'une droite.

2° BCA + BCD + DCE = 2 dr. (conclusion du syllogisme précédent)

Or { BCD = ABC (comme correspondants)
DCE = BAC (comme alternes internes)

Donc BCA + BCD + DCE = BCA + ABC + BAC (par substitution à BCD de son équivalent ABC et à DCE de son équivalent BAC)

Donc BCA + ABC + BAC = 2 dr. (par substitution à BCA + BCD + DCE de son équivalent 2 dr.). Ici il n'y a aucune relation d'espèce à genre ni entre BCD et ABC, ni entre DCE et BAC, ni entre BCA + BCD + DCE et 2 droits.

Ainsi en mathématiques une démonstration déductive directe peut comprendre comme éléments soit exclusifs, soit combinés, la déduction syllogistique et la déduction par substitution d'équivalents. Il n'y a à ce point de vue aucune différence entre la

marche analytique et la marche synthétique, ces deux marches ne faisant que parcourir les mêmes étapes en sens inverse.

84. — La démonstration indirecte ou réduction à l'absurde est, elle aussi, une opération déductive et plus spécialement syllogistique. Elle comprend en effet, comme nous le montrerons en détail ci-dessous (93), deux éléments également nécessaires et également insuffisants, un syllogisme disjonctif et un syllogisme hypothétique établissant la vérité de la mineure du syllogisme disjonctif.

85. — Passons aux procédés inductifs qu'emploient les mathématiques, le mot induction étant pour nous, rappelons-le, synonyme de raisonnement généralisant. Nous allons voir que ces procédés sont absolument semblables dans la forme à ceux des sciences concrètes.

L'induction est usitée en mathématiques sous trois formes : la première est l'induction aristotélicienne ou *per enumerationem simplicem ;* la seconde n'a pas reçu de nom technique, sans doute parce qu'on la considère comme allant de soi ; nous l'appellerons pour cette raison induction tacite ; la troisième est le raisonnement par récurrence.

L'induction aristotélicienne est un procédé des plus imparfaits, car il consiste à résumer dans une formule unique une collection de constatations individuelles, relatives à des cas connus, de sorte qu'on ne peut savoir si un cas nouveau, toujours possible, ne viendra pas démentir la généralité de la formule. Les mathématiques sont pourtant obligées de recourir à ce procédé imparfait à défaut de meilleur : une formule provisoirement valable est encore préférable à pas de formule du tout. Par là, pour le dire en passant, s'atténue considérablement, quand on considère non la science faite, mais la science en train de se faire, le caractère de rigueur parfaite par lequel on oppose souvent les mathématiques aux sciences concrètes : les mathématiques sont parfois réduites, elles aussi, à se contenter d'expédients, à procéder par tâtonnements qui parfois ne réussissent pas. Parmi de nombreux exemples, nous choisirons les deux suivants à cause de leur simplicité.

1° Tout nombre parfait (nombre égal à la somme de ses diviseurs, lui-même non compris ; exemple : $6 = 1 + 2 + 3$) est pair. On ne connaît pas de démonstration théorique de ce théorème ; on est donc réduit à l'expédient de l'induction aristotélicienne. Si l'on envisage les 9 nombres parfaits qui sont les seuls que l'on connaisse (le dernier est un nombre de 37 chiffres), on constate que tous sont pairs ; mais rien ne garantit l'inexistence d'un nouveau nombre parfait dont, puisqu'on ne le connaît pas, on ne peut pas savoir s'il serait pair ou impair[1].

2° Dans l'exemple précédent, l'induction aristotélicienne laisse la question ouverte. En voici un autre dans lequel, après avoir tenté d'appliquer l'induction aristotélicienne, on s'aperçoit que la proposition qui avait d'abord semblé vraie d'après un certain nombre d'exemples, devient fausse pour quelque exemple nouveau, de même que dans les sciences concrètes une hypothèse d'abord confirmée par certaines expériences se trouve démentie par des faits nouveaux. Soit la proposition : $2^{2^n} + 1$ est toujours un nombre premier, que FERMAT croyait vraie tout en avouant n'en avoir pas de démonstration[2]. Cette proposition, exacte pour les premières valeurs de n jusqu'à $n = 4$, ne l'est plus pour $n = 5$, 6, 12, 23, 36 (le nombre correspondant à cette dernière valeur a plus de vingt mille millions de chiffres). Pour aucune des autres valeurs de n on ne sait à quoi s'en tenir, mais une seule des exceptions connues suffit à renverser le théorème[3].

86. — L'induction tacite consiste à étendre à toutes les grandeurs d'une certain genre les théorèmes démontrés sur un exemple particulier de cette grandeur. Par exemple, après avoir démontré que dans un rectangle ABCD les diagonales sont égales, on étend cette proposition à tous les rectangles, ou encore, après

1. — Cf. LUCAS, *Théorie des nombres*, Paris, 1891, pp. 374 sq.

2. — FERMAT, *Lettre à Pascal*, *Œuvres*, édit. Ch. Henry et P. Tannery, Paris, 1894, II, pp. 309 sq.

3. — *Encyclopédie des sciences mathématiques*, édition française (J. Molk), T. I, vol. 3, pp. 53 sq.

avoir démontré sur l'exemple d'un pentagone convexe que la somme de ses angles est égale à autant de fois deux droits qu'il a de côtés moins deux, on généralise le théorème non seulement du pentagone particulier tracé dans la figure à un pentagone convexe quelconque, mais encore à un polygone convexe quelconque.

87. — Le raisonnement par récurrence se compose de deux parties : 1° d'une part on *vérifie* qu'un théorème est vrai pour une valeur particulière d'une quantité n ; 2° d'autre part on *démontre* que *si par hypothèse* ce théorème est vrai pour une valeur n, il est vrai aussi pour la valeur $n + 1$ (ou n-1). Réunissant alors ces deux parties du raisonnement total, vérification et démonstration hypothétique, on conclut que le théorème est vrai pour toute valeur de n à partir de la valeur pour laquelle on l'a vérifié, ou en d'autres termes que la propriété qu'il énonce est générale.

Exemple : Soit à démontrer que $(1 + a)^n > 1 + na$, quel que soit n (entier snpérieur à 1, a étant positif).

On commence par vérifier cette proposition pour $n = 2$ par exemple, c'est-à-dire que $(1 + a)^2 > 1 + 2a$. On a en effet :

$$(1 + a)^2 = 1 + 2a + a^2.$$

Mais on a évidemment $1 + 2a + a^2 > 1 + 2a$. Donc $(1 + a)^2 > 1 + 2a$.

C. Q. F. D.

On démontre ensuite que si la proposition est vraie pour n, elle l'est aussi pour $n + 1$. En effet on a par hypothèse :

$$(1 + a)^n > 1 + na.$$

Multipliant les deux membres par $1 + a$, il vient :

$$(1 + a)^{n+1} > (1 + na)(1 + a).$$

Mais d'autre part on a :

$$(1 + na)(1 + a) = 1 + na + a + na^2 = 1 + (n + 1)a + na^2.$$

On a donc, en remplaçant dans l'inégalité précédente $(1 + na)(1 + a)$ par sa valeur :

$$(1 + a)^{n+1} > 1 + (n + 1)a + na^2.$$

Mais on a évidemment :

$$1 + (n + 1)a + na^2 > 1 + (n + 1)a.$$

donc *a fortiori* :

$$(1 + a)^{n+1} > 1 + (n + 1)a. \quad \text{C. Q. F. D.}$$

88. — Quel est maintenant le *nervus probandi* de ces deux démonstrations inductives, autrement dit sur quoi est fondée

la légitimité de l'extension à toutes les grandeurs analogues du théorème dont la vérité n'a été établie catégoriquement que sur un exemple, le rectangle ABCD pour le premier cas, la valeur $n = 2$ pour le second ? Ici comme dans l'induction portant sur des objets concrets, le problème est celui-ci : L'objet particulier (le rectangle ABCD ou la valeur 2 de n) qui possède la propriété qu'on en a démontrée, réunit dans sa compréhension deux éléments, un élément général ou générique (c'est un rectangle ou un nombre entier n) et un élément individuel (c'est le rectangle ABCD ou le nombre entier $n = 2$). A quoi est attachée la propriété démontrée : au caractère général d'être un rectangle ou un nombre entier quelconques, ou au caractère individuel d'être le rectangle ABCD ou la valeur 2 de n ? Il s'agit d'établir que la propriété démontrée est liée au caractère général et non au caractère particulier, car dans ce cas seulement on est en droit de généraliser le théorème.

Dans le cas de l'induction tacite, la propriété est liée au caractère général parce que c'est ce dernier *seul* qu'on a fait intervenir dans la démonstration du théorème. Bien que dans ma démonstration je me sois appuyé sur le rectangle particulier ABCD, je n'ai pas fait appel pour cette démonstration à ce qu'il y a de particulier dans ce rectangle, par exemple la longueur de ses côtés : par suite ma démonstration a une valeur générale.

89. — Dans le cas de l'induction tacite, je sais que la propriété démontrée sur l'exemple de la quantité particulière est liée, non à l'élément individuel de cette quantité, mais à son élément général, parce que ma démonstration ne s'est appuyée que sur cet élément général. Mais dans le cas du raisonnement par récurrence, comme j'ai fait porter la première partie de ma démonstration sur la quantité particulière (valeur de $n = 2$) prise en bloc, c'est-à-dire sans y distinguer l'élément général et l'élément particulier, la propriété établie est liée aux deux éléments ensemble, et par suite, une fois la démonstration faite sur cet exemple particulier, je ne sais pas si la proposition démontrée est généralisable, si je suis en droit de l'étendre à d'autres gran-

deurs ne contenant plus le même élément particulier. C'est pour l'établir que je recours à la seconde partie, hypothétique, du raisonnement par récurrence. En montrant que si la propriété est vraie pour n, elle l'est aussi pour $n + 1$, je montre que ce n'est pas à l'élément individuel (la valeur n) que la propriété est attachée, puisqu'elle est liée également à la valeur $n + 1$. Dès lors, si la propriété supposée vraie n'est pas attachée à l'élément individuel de la quantité, elle ne peut être attachée qu'à son élément général, et par suite j'ai le droit de la généraliser.

90. — Le raisonnement par récurrence nous semble donc être dans le domaine mathématique l'équivalent absolu de ce qu'est dans les sciences concrètes la forme du raisonnement expérimental qu'on appelle après St. Mill méthode de concordance. En effet, en quoi consiste l'essence de cette méthode dans les sciences concrètes ? Soit l'exemple traditionnel. Un son est produit par une corde de violon qu'on frotte, une peau de tambour qu'on frappe, une flûte dans laquelle on souffle. Considérons l'un des cas sur lesquels on s'appuie pour conclure que le son résulte de la vibration d'un corps élastique, par exemple celui du violon. L'expérience nous montre que dans ce cas le son est produit par la vibration d'un corps élastique qui est une corde de violon. Mais à quoi tient le son ? à la vibration d'un corps élastique en général ou de ce corps élastique particulier qui est une corde de violon ? L'expérience du violon est insuffisante pour nous l'apprendre à elle seule, puisqu'elle nous présente en bloc l'élément général (corps élastique) et l'élément individuel (corde de violon). Mais la comparaison avec les autres cas (un seul suffirait) prouve que ce son se produit également dans une autre expérience où l'élément individuel est dissocié de l'élément général. Ainsi le raisonnement par récurrence est dans le domaine mathématique l'équivalent absolu de ce qu'est dans les sciences concrètes l'induction fondée sur la méthode de concordance, dont on énoncerait mieux le rôle en l'appelant méthode d'élimination de l'élément individuel (77).

Pour établir ce point avec plus de détail, reprenons notre exemple de raisonnement par récurrence et examinons-en successivement les deux moments : vérification pour un cas déterminé et démonstration hypothétique. Ce second moment déjà établit une distinction entre l'élément général et l'élément individuel des nombres considérés n et $n + 1$. Si n est un nombre entier quelconque, autrement dit un nombre auquel on n'attribue dans le raisonnement aucune valeur absolue, il n'en est pas de même de $(n + 1)$, qui est le nombre n augmenté d'une unité. Il y a entre n et $(n + 1)$ une différence individuelle, consistant en ce que $(n + 1)$ est $n + 1$ et que n est $(n + 1) - 1$. Donc, déjà la démonstration hypothétique du raisonnement par récurrence, considérée isolément, nous fournit sur la propriété en question ce renseignement que cette propriété (supposée vraie pour n, démontrée vraie pour $n + 1$ sous l'hypothèse qu'elle soit vraie pour n), se rencontrant également dans les nombres n et $n + 1$ n'est pas liée à leur élément individuel ou, d'un terme plus précis, distinctif.

Mais ce n'est pas tout. La démonstration hypothétique que nous venons d'envisager n'est qu'une partie du raisonnement par récurrence, à laquelle doit se joindre la vérification de la propriété pour un nombre *déterminé*. Chacune de ces deux parties du raisonnement par récurrence est nécessaire et non suffisante : le raisonnement par récurrence exige ces deux moments à la fois, de même qu'un syllogisme requiert deux prémisses, ou qu'en mathématiques on ne peut rien tirer des axiomes sans les définitions ni des définitions sans les axiomes. Dans la démonstration hypothétique, n était un nombre entier quelconque. Mais une fois que cette démonstration a établi que *si* la propriété est vraie pour n, elle l'est pour $n + 1$, comme la vérification établit d'autre part *qu*'elle est vraie pour 2, de ces deux propositions combinées il résulte (en vertu d'un syllogisme hypothétique) qu'elle est vraie pour $2 + 1$ ou 3. Nous avons donc deux nombres *particuliers*, déterminés, on pourrait dire concrets, 2 et 3, qui concordent par la possession de la pro-

priété considérée, et qui fournissent matière à un raisonnement identique dans la forme à la méthode de concordance.

Ainsi établie pour le nombre 3, grâce à la démonstration hypothétique, la propriété vérifiée pour le nombre 2, la démonstration hypothétique nous permettra, en partant de 3, de l'établir pour 4, etc., et de même que dans la méthode de concordance, je peux comparer à la première expérience, à savoir celle du violon, soit celle du tambour, soit celle de la flûte, soit l'une et l'autre, de même dans le raisonnement par récurrence je peux comparer au premier cas, celui de 2, soit celui de 3, soit celui de 4, soit l'un et l'autre. Telle est selon nous la légitimation du raisonnement par récurrence. C'est, semble-t-il, ce que veut dire H. Poincaré[1]. Mais son expression n'a peut-être pas toute la précision désirable. Qu'entend-il par la « répétition indéfinie d'un même acte » ? Nous sommes d'accord avec lui s'il veut dire la démonstration qui légitime le transfert à $n + 1$ de la propriété (hypothétique) de n. Mais la fin du passage pourrait autoriser une interprétation différente : par « propriété de l'esprit lui-même », on pourrait comprendre simplement la faculté qu'a l'esprit de créer sans cesse des nombres nouveaux en ajoutant indéfiniment une unité à la valeur de n antérieurement considérée, et il n'y aurait plus là une légitimation suffisante du raisonnement par récurrence. L'ordre général du monde mathématique, si l'on peut dire, n'est pas moins « en dehors de nous » que l'ordre général de l'Univers réel, nous ne sommes pas plus créateur du second que du premier, nous ne pouvons que le découvrir, et dans un cas comme dans l'autre

1. — « Si (le principe du raisonnement par récurrence) s'impose à nous avec une irrésistible évidence, c'est qu'il n'est que l'affirmation de la puissance de l'esprit qui se sait capable de concevoir la répétition indéfinie d'un même acte dès que cet acte est une fois possible. L'esprit a de cette puissance une intuition directe... (Tandis que) l'induction appliquée aux sciences physiques est toujours incertaine parce qu'elle repose sur la croyance à un ordre général de l'Univers, ordre qui est en dehors de nous, ... la démonstration par récurrence s'impose au contraire nécessairement parce qu'elle n'est que l'affirmation d'une propriété de l'esprit lui-même. » (Poincaré, *La science et l'hypothèse*, pp. 23-24).

nous ne pouvons le découvrir que d'après ses manifestations dans des exemples particuliers. L'esprit a la faculté de créer indéfiniment des nombres nouveaux, mais non d'imposer les propriétés qu'il lui plaît aux nombres qu'il crée ainsi. De même que mon corps a la faculté de donner un coup de poing sur un bloc de grès après en avoir donné un sur une motte de beurre, mais non de faire que ma main enfonce dans le second comme dans le premier, de même l'esprit est libre de créer 5 après 4, mais non de faire que $2^{2^5} + 1$ soit un nombre premier comme $2^{2^4} + 1$.

91. — Le raisonnement par récurrence présente pourtant avec la méthode de concordance une différence notable ; c'est que, si celle-ci est *en droit* une démonstration aussi certaine que le raisonnement par récurrence, les applications particulières que l'on en fait restent incertaines *en fait*. On est certain que *si* les cas que compare cette méthode n'ont d'autre élément commun que celui que l'on conjecture être lié à leur propriété commune, c'est à cet élément qu'est liée la propriété ; mais on n'est jamais sûr *que* ces cas ne concordent que par cet élément ; ils peuvent avoir en outre quelque autre caractère commun inaperçu qui serait celui auquel est liée la propriété. Aussi, quand on recourt dans les sciences concrètes à la méthode de concordance, a-t-on soin, pour éliminer autant que possible cette possibilité d'éléments communs inaperçus, de confronter des cas nombreux et variés. On pourrait dire qu'il en est de même dans le raisonnement par récurrence, où la possibilité de multiplier à l'infini les vérifications, en ajoutant successivement une unité à la première valeur particulière de n, montre que la propriété est vraie pour des nombres particuliers quelconques, donc n'ayant d'autre caractère commun que d'être des nombres entiers, et que par suite la présence de cette propriété dans des nombres particuliers quelconques ne tient pas à quelque caractère commun inaperçu de ces nombres, autre que leur caractère d'être des nombres entiers. Mais ici, cette vérification n'est pas nécessaire, car les nombres n et $n + 1$ considérés dans la démonstra-

tion hypothétique n'ont d'autre caractère commun que d'être des nombres entiers, puisque c'est ce seul caractère commun qu'a fait intervenir la démonstration hypothétique en leur donnant les valeurs indéterminées n et $n + 1$. Nous retombons ici dans le cas de l'induction tacite. Les caractères individuels de deux nombres déterminés ayant entre eux la même relation que n et $n + 1$, quels que soient ces nombres, n'ont pas plus à être pris en considération que le caractère isocèle ou scalène de tel triangle sur lequel on a démontré une propriété du triangle en général, parce que ces caractères individuels ne sont pas intervenus dans la démonstration. La démonstration hypothétique du raisonnement par récurrence est l'élément qui le distingue de la méthode de concordance et lui confère une valeur absolue, parce que cette démonstration est *indéfiniment valable.*

Sous cette réserve, qui d'ailleurs est relative à l'application matérielle des deux procédés et non à leur valeur formelle, le raisonnement par récurrence est dans le domaine mathématique l'équivalent de la méthode de concordance des sciences concrètes. Par suite, il ne donne à l'esprit, comme celle-ci, qu'une satisfaction incomplète, car il n'établit entre la propriété et l'élément général des quantités considérées qu'une liaison constante et non une liaison nécessaire ; s'il prouve bien *que* la propriété est liée à l'élément général, il ne montre pas *pourquoi* elle lui est liée, établissant seulement *qu'elle n'est pas liée* à leur élément individuel. C'est donc une démonstration indirecte. Aussi n'est-il considéré que comme un substitut de la démonstration proprement dite pour les cas où l'état de la science ou le degré de culture des auditeurs ne permet pas de donner celle-ci. C'est ainsi que dans l'exemple que nous avons choisi, si l'on enseigne aux élèves de mathématiques élémentaires la formule : $(1 + a)^n > 1 + na$, on s'empresse d'y substituer pour les élèves de spéciales la formule de Newton

$$(1+a)^n = 1 + na + \frac{n(n-1)}{1.2}a^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}a^3 + ... + a^n$$

d'où résulte immédiatement la vérité de la précédente.

92. — Peut-on de même mettre en parallèle avec un procédé des sciences concrètes la forme d'induction mathématique que nous avons appelée induction tacite ? Bien qu'ici la ressemblance ne soit plus aussi frappante que pour le raisonnement par récurrence, il nous semble pourtant possible de trouver une certaine analogie entre ce raisonnement et celui qu'on appelle dans les sciences empiriques méthode de différence. Celle-ci, comme la méthode de concordance, a pour rôle de dissocier dans l'ensemble global que nous présente le fait d'expérience, l'élément général auquel est liée la propriété qu'on étudie et l'élément individuel auquel elle n'est pas liée. Dans la méthode de concordance, le procédé utilisé pour opérer cette dissociation est de montrer que, malgré la suppression de l'élément individuel, la propriété subsiste. Dans la méthode de différence, il consiste à prouver que, malgré la persistance de l'élément individuel, la propriété disparaît. Soit à prouver encore, mais cette fois par la méthode de différence, que la production du son est liée à la vibration d'un corps élastique. Sans rappeler l'expérience de la sonnette dans le ballon où l'on fait le vide, reprenons l'expérience du violon, et comparons la corde qu'on frotte et la corde qu'on ne frotte pas. L'élément individuel est toujours le même : il s'agit toujours d'une corde de violon et non d'une peau de tambour ; mais l'élément général (corps élastique vibrant) a disparu, et le son en même temps. On en conclut que l'élément général, c'est-à-dire généralisable, du cas individuel considéré, en ce qui concerne la propriété de rendre un son, est la vibration d'un corps élastique.

Quel est maintenant le rapport de l'induction tacite à cette méthode de différence ? On pourrait si l'on voulait l'y ramener. Reprenons en effet l'exemple des diagonales du rectangle. Il suffirait de substituer au rectangle un parallélogramme non rectangle pour montrer que, puisque dans celui-ci les diagonales ne sont plus égales, dans la première figure qui était à la fois un parallélogramme et un rectangle, c'est à l'élément rectangle et non à l'élément parallélogramme qu'est liée l'égalité des diago-

nales, et que par suite c'est cet élément rectangle qui est généralisable par rapport à la propriété étudiée. Il y aurait donc bien là un emploi de la méthode de différence.

93. — Mais cette réduction, théoriquement possible, aurait le grave inconvénient de réduire le fondamental au dérivé : en réalité, c'est l'induction mathématique qui est la méthode probante et la méthode de différence n'en est qu'un substitut imparfait dans les sciences de la nature où l'induction mathématique n'est pas applicable. Plus précisément, il y a entre l'induction tacite en mathématiques et la méthode de différence dans les sciences concrètes le même rapport qu'au sein des mathématiques entre la démonstration directe, qui montre *pourquoi* une proposition est vraie, et la démonstration indirecte ou réduction à l'absurde, qui montre seulement *qu*'elle est vraie.

L'induction tacite est une démonstration directe. Elle montre en effet que la propriété étudiée est liée à l'élément général dans la grandeur qui a servi d'exemple parce que, comme nous l'avons déjà dit, c'est cet élément général de la grandeur individuelle qui est seul intervenu dans la démonstration ; celle-ci a montré qu'il y avait une liaison *logique* entre cet élément général et la propriété étudiée. Cette liaison logique ou nécessaire s'établit par une substitution d'équivalents ; c'est là tout le mystère de la « *démonstration* » que M. GOBLOT[1] oppose au syllogisme comme le seul procédé déductif véritablement fécond et progressif. Il n'y a en effet qu'un moyen pour l'esprit de

1. — « Le syllogisme, incapable de... fournir (la majeure), ne sert qu'à l'appliquer. C'est là son unique fonction. Il ne se confond ni avec l'induction, ni avec la démonstration ; mais il nous est nécessaire chaque fois que nous avons à faire usage de ce que nous savons. Il ne nous apprend rien de vraiment nouveau... La démonstration de relations nécessaires est au contraire une méthode féconde, un moyen d'acquérir des connaissances nouvelles, comme le montre la marche progressive de la pensée dans les sciences déductives. Par une étrange illusion, les logiciens ont cru durant des siècles que faire la théorie du syllogisme, c'était faire la théorie de la démonstration. » (GOBLOT, *Sur le syllogisme de la* 1re fig., in *Revue de métaphysique*, mai 1909, p. 366). — Cf. *Essai sur la Classification des sciences*, Paris, 1898, part. I, chap. IV, et *Déduction et Syllog.*, in *Revue de Métaphysique*, 1910, p. 478.

reconnaître la liaison nécessaire d'une propriété à un objet (la constatation matérielle, généralisée par l'induction, ne fournissant qu'une liaison constante), qui est de montrer que la propriété en question n'est qu'une autre expression d'un caractère appartenant à l'objet en vertu de sa définition. Nous avons donné à propos de la somme des angles d'un triangle (83) un exemple de la substitution d'équivalents pour des quantités ; en voici maintenant un de la substitution d'équivalents pour des qualités ou propriétés. Soit cette proposition : Dans tout polygone convexe, la somme des triangles formés en menant d'un sommet toutes les diagonales est égale au nombre des côtés du polygone diminué de 2[1]. Je constate, sans recourir à une figure, ou par exemple sur la figure d'un pentagone, mais dans laquelle je ne tiens aucun compte du nombre 5 de ses côtés (induction tacite) que les triangles ainsi construits empruntent chacun au polygone un de ses côtés, sauf les deux triangles extrêmes qui lui en empruntent chacun 2, d'où résulte la vérité de la proposition en question.

Cette démonstration directe sur laquelle repose l'induction mathématique tacite est impossible dans les sciences concrètes, où l'on ne peut que *constater* des liaisons *constantes* et non *démontrer* des liaisons *nécessaires*, où l'on ne peut établir, selon les termes de HUME, que des conjonctions et non des connexions. Ces sciences seront donc réduites à une démonstration indirecte, et les méthodes expérimentales de concordance et de différence ne sont que l'application aux sciences concrètes de la réduction à l'absurde. Dans un cas comme dans l'autre, la démonstration

1. — Ce théorème une fois démontré permet, par une nouvelle substitution d'équivalents portant, non plus sur des qualités, mais sur des quantités, de démontrer le théorème relatif à la somme des angles d'un polygone convexe. On a en effet :

Somme des angles du polygone = Somme des angles des triangles construits en menant par un sommet toutes les diagonales.

Somme des angles de ces triangles = Nombre de ces triangles × 2 dr.

Nombre de ces triangles = Nombre des côtés du polygone — 2.

Somme des angles du polygone = (Nombre des côtés du polygone — 2) 2 dr.

est indirecte en ce que ce qu'elle établit directement, c'est non la vérité de la proposition en question, mais la fausseté de sa contradictoire, en entendant par contradictoires deux propositions telles que la fausseté de l'une entraîne la vérité de l'autre et réciproquement (en logique symbolique $aa' = 0$, $a + a' = 1$), définition générale dont la définition traditionnelle (deux propositions opposées à la fois en quantité et en qualité) n'est qu'un cas particulier. Autrement dit, les méthodes expérimentales, comme la réduction à l'absurde, sont une application du syllogisme disjonctif (mode *tollendo-ponens*) ; A est B ou C, or il n'est pas B, donc il est C. La seule différence entre la réduction à l'absurde et les méthodes expérimentales est que la fausseté de la proposition accessoire, fausseté d'où l'on conclut la vérité de la proposition en question, s'établit en montrant qu'en développant les conséquences de cette supposition, on aboutit à une contradiction avec une proposition antérieurement démontrée dans la réduction à l'absurde, avec un fait d'expérience dans les méthodes expérimentales. Mais la proposition accessoire n'est pas moins contradictoire de la proposition à démontrer dans les méthodes expérimentales que dans la réduction à l'absurde, car supposer que la propriété en question est liée à l'élément individuel, c'est supposer qu'elle n'est pas liée à l'élément général, ce qui est précisément la contradictoire (au sens large indiqué plus haut) de la loi à établir. La démonstration ou, pour éviter toute équivoque verbale, l'établissement de la proposition en question (théorème mathématique ou loi concrète) comprend deux parties : l'une, généralement sous-entendue, mais indispensable, est un syllogisme disjonctif, l'autre est la démonstration de la vérité de la mineure de ce syllogisme disjonctif au moyen d'un syllogisme hypothétique (mode *tollens*). Nous l'avons montré (79) pour les méthodes expérimentales ; il en est de même pour la réduction à l'absurde, comme on peut le voir par l'exemple suivant :

1° *Syllogisme disjonctif.*

Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles ou non-parallèles

Or elles ne sont pas non-parallèles

Donc elles sont parallèles.

2° *Syllogisme hypothétique.*

Si elles étaient non-parallèles, de leur point de rencontre on pourrait abaisser sur la droite deux perpendiculaires

Or d'un point on ne peut abaisser sur une droite qu'une perpendiculaire

Donc elles ne sont pas non-parallèles.

C'est à tort que M. Berrod espère pouvoir « se délivrer de cette longue procédure » d'un syllogisme disjonctif joint à un syllogisme hypothétique. La combinaison de ces deux moments logiques est inéluctable pour toute démonstration indirecte, aussi bien pour la réduction à l'absurde des mathématiques, spécialement visée par M. Berrod, que pour les méthodes expérimentales dans les sciences concrètes.

En effet, la démonstration indirecte s'oppose à la démonstration directe en ce qu'elle conclut, non de la condition à la conséquence, mais de la conséquence à la condition. La conclusion de la condition à la conséquence est une démonstration directe parce qu'elle conclut de la vérité de la condition à la vérité de la conséquence (syllogisme hypothétique mode *ponens*) ; la conclusion de la conséquence à la condition ne peut être qu'indirecte parce qu'elle ne permet de conclure que de la fausseté de la conséquence à la fausseté de la condition (syllogisme hypothétique mode *tollens*), autrement dit n'autorise qu'une conclusion négative. Il faut donc de toute nécessité, si l'on veut énoncer une conclusion affirmative, surajouter au syllogisme hypothétique mode *tollens* un syllogisme disjonctif qui établit la vérité de la contradictoire d'une proposition fausse [1].

1. — Signalons en passant à M. Berrod quelques confusions qui se sont glissées dans son article. S'il veut « se délivrer de la longue procédure syllogistique

D'autre part, si toute démonstration indirecte doit nécessairement compléter par un syllogisme disjonctif un syllogisme hypothétique mode *tollens*, alors qu'un syllogisme hypothétique mode *ponens* suffit à la démonstration directe, les démonstrations des sciences concrètes ne peuvent être que des démonstrations indirectes, parce qu'elles sont obligées, qu'on nous permette cette alliance de termes dont la contradiction apparente d'après l'étymologie caractérise l'attitude imposée à ces sciences, de procéder par régression, de conclure de la conséquence à la condition. Elles vont en effet du fait à la loi, du spécial au général, de la subalterne à la subalternante, relation

(syllogisme disjonctif suivi de syllogisme hypothétique) à laquelle je ramène la réduction à l'absurde », c'est qu'il est impossible « de parler de syllogisme au sens exact du mot dans l'ordre de la grandeur mesurable » (p. 400). Que le « syllogisme au sens exact du mot » ne puisse trouver place en mathématiques, c'est selon nous une affirmation trop absolue, comme nous l'avons montré (83). Elle résulte sans doute pour M. Berrod de ce qu' « en mathématiques il n'y a ni quantité ni qualité des jugements : on trouve des identités ou non-identités, des égalités et des inégalités » (p. 398). Pour la qualité, cette assertion est manifestement fausse, car identité et non-identité, égalité et inégalité ont entre elles le même rapport que les copules *est* et *n'est pas* dans les propositions affirmatives et négatives de la logique ordinaire. Pour la quantité, il est très vrai que les propositions mathématiques n'en ont pas, ou plus exactement qu'elles sont toutes universelles ; mais M. Berrod aurait bien dû retenir de M. Goblot, dont il se réclame constamment, la distinction si juste entre quantité et extension. Ce qui constitue le « syllogisme au sens exact du mot », ce n'est nullement la quantité de ses propositions, qui sont, selon le mode considéré, soit universelles, soit particulières, mais l'extension relative de leurs sujets. On ne voit pas en quoi l'universalité des propositions mathématiques les empêcherait d'entrer dans un syllogisme, alors que dans le syllogisme en *Barbara* toutes les propositions sont universelles.

Mais en outre, il ne s'agit nullement ici de « syllogisme au sens exact du mot », c'est-à-dire, si je comprends bien, d'une marche du général au spécial à travers des propositions à sujets d'extension décroissante. Ni le syllogisme disjonctif ni le syllogisme hypothétique ne font appel à l'inclusion de classes les unes dans les autres qui caractérise le syllogisme proprement dit (en l'interprétant au point de vue de l'extension), et c'est trop s'attacher à la lettre que de confondre ces différents raisonnements parce qu'on leur a appliqué à tous indistinctement le nom de syllogisme. C'est précisément en vue d'éviter cette confusion verbale que j'avais donné des propositions contradictoires une définition générale dont la définition traditionnelle n'est qu'un cas particulier.

qui n'est qu'un cas particulier du rapport de conséquence à condition. Elles sont donc obligées de partir de la fausseté d'un fait (il est faux qu'une corde de violon qui ne vibre pas rende un son), d'en conclure la fausseté d'une loi (il est faux que toute corde rende un son), pour en tirer enfin la vérité d'une autre loi (il est vrai que tout corps vibrant rend un son).

Il va sans dire que le membre de l'alternative dont la fausseté entraîne la vérité de l'autre peut être complexe, en d'autres termes réunir plusieurs hypothèses partielles, auquel cas il faudra commencer par établir isolément la fausseté de chacune de ces hypothèses élémentaires pour obtenir par leur réunion la fausseté du membre de l'alternative à éliminer. Aussi ne saurais-je être troublé par une critique de M. Berrod, prétextant qu'il peut y avoir, soit en mathématiques, soit dans les sciences concrètes, plus de deux hypothèses contradictoires, et je n'arrive pas à saisir comment il peut invoquer à l'appui de sa thèse un passage de M. Rabier [1] qui, dans sa lettre même, en est bien plutôt la réfutation. Seule l'alternative à deux membres, sous la forme rigoureuse qu'elle prend dans le syllogisme disjonctif, permet une conclusion assurée.

94. — En résumé, si l'on compare les trois sortes d'induction mathématique que nons avons distinguées, on voit qu'elles peuvent se ranger, par rapport à la satisfaction qu'elles donnent à l'esprit, dans l'ordre suivant : induction aristotélicienne, raisonnement par récurrence, induction tacite. L'induction aristotélicienne montre que la propriété considérée est *peut-être* générale, les deux autres qu'elle l'est *sûrement ;* mais tandis que le raisonnement par récurrence établit seulement *que* la propriété est générale, l'induction tacite montre *pourquoi* elle l'est.

95. — Si maintenant nous comparons, non plus seulement

1. — «... La contradiction peut renfermer plusieurs cas différents. Soit cette proposition : A = B ; la contradictoire renferme deux cas : A est plus grand que B, A est plus petit que B. Chacun de ces cas doit être alors considéré successivement. C'est seulement la fausseté des deux ensemble qui prouve la vérité de la proposée. » (Rabier, *Logique*, p. 306, note 1.)

les différentes sortes d'induction mathématique, mais les divers procédés inductifs à quelque ordre de sciences qu'ils soient appliqués, abstraites ou concrètes, il est facile d'en dégager les analogies et les différences. Le passage du fait à la loi, le raisonnement généralisant ou induction exige, pour être logiquement valable, pour venir coïncider avec la déduction sous forme d'un raisonnement par substitution d'équivalents, que l'individu spécial dont on a constaté ou démontré quelque propriété puisse être légitimement considéré comme équivalent à n'importe quel autre individu du genre auquel on veut étendre cette propriété. Quels sont les moyens d'établir cette équivalence ?

1° Etablir qu'en fait, tous les individus de ce genre possèdent cette propriété et par suite sont équivalents par rapport à la possession de cette propriété : c'est là le rôle de l'induction aristotélicienne.

2° Mais la plupart du temps, sans même parler des cas où la vérification révèle des exceptions à la loi présumée qui suffisent à la détruire, il est impossible de faire la vérification pour tous les individus constituant ce genre [1]. Il faut donc établir que tous les individus possibles de ce genre possèdent la même propriété que l'individu choisi comme type.

a) Un premier moyen est de réaliser cette équivalence par définition. Ce moyen, qui n'est applicable qu'aux mathématiques, est le procédé que nous avons appelé induction tacite. Les êtres mathématiques, grandeurs ou figures, sont caractérisés exclusivement par la définition qu'en donne le mathématicien. Celui-ci peut donc y mettre ce qu'il veut et rien que ce qu'il veut, et par suite connaître tous les caractères et les seuls caractères que possèdent ces êtres. Dès lors, lorsqu'une démonstration aura établi qu'une quantité possède telle propriété en vertu de sa définition, peu importeront les caractères accessoires de l'individu sur lequel aura porté la démonstration, du moment que ces caractères ne seront pas intervenus dans la démonstration ; et par suite celle-ci et son résultat seront valables pour des individus du même genre possédant d'autres caractères accessoires. Par exemple si j'ai démontré sur l'exemple d'un pentagone que la somme des angles d'un polygone convexe est égale à autant de fois deux droits qu'il a de côtés moins deux, cette démonstration sera valable et la propriété sera vraie pour un octogone ; le nombre des côtés du polygone sera aussi indifférent que la couleur de la craie avec laquelle il aura été tracé.

1.— Cette remarque est applicable à une conception possible de la méthode de concordance, qu'il faut soigneusement distinguer de celle que nous avons exposée. Par exemple après avoir fait vibrer les corps les plus variés, je constate que dans tous ces cas il y a liaison de la propriété sonore au caractère vibrant. Il y a là une constatation *directe* de la liaison constante de la propriété au caractère, tandis que dans notre conception la démonstration de cette constance est *indirecte*. Mais justement parce que la constatation directe n'est qu'une *constatation* et non une *démonstration*, elle ne vaut *que dans les limites de mon expérience actuelle*. La méthode de concordance ainsi entendue peut suggérer psychologiquement une hypothèse, elle ne la vérifie pas logiquement ; elle appartient au domaine de l'invention, non de la justification.

b) Mais cette limitation arbitraire des caractères de l'objet considéré, la réduction de ses caractères effectifs aux caractères génériques qui y sont compris, réduction qui d'ailleurs n'accroît en rien notre connaissance, n'est pas possible dans les sciences concrètes et ne l'est même pas toujours en mathématiques. Les cas spéciaux sur lesquels on a constaté ou vérifié la possession de telle propriété possèdent à la fois des caractères génériques et des caractères spécifiques ; on ne peut pas éliminer *de plano* ces caractères spécifiques qui faisaient partie de la définition de l'individu sur l'exemple duquel on a établi cette propriété, et d'ailleurs il n'y aura progrès de la connaissance, généralisation, que si l'on peut étendre cette propriété à d'autres individus possédant, à côté des mêmes caractères génériques, des caractères spécifiques différents. D'autre part, pour que cette généralisation nécessaire au progrès de la connaissance soit logiquement légitime, il faut établir que la présence des caractères spécifiques dans l'exemple considéré est indifférente pour la propriété constatée ou vérifiée dans cet exemple. C'est ce que font en mathématiques le raisonnement par récurrence,

dans les sciences concrètes la méthode de concordance. Si les caractères distinctifs des exemples confrontés par chacune de ces méthodes se manifestent comme sans influence sur la possession de la propriété, on est en droit de considérer comme équivalents par rapport à cette propriété des cas spéciaux qui diffèrent par ces caractères. Il reste d'ailleurs toujours entre le raisonnement par récurrence et la méthode de concordance cette différence que si leur certitude est égale en droit, en fait la méthode de concordance ne donne jamais qu'une certitude inférieure, parce que les caractères spécifiques que les deux méthodes ont pour rôle d'éliminer nous étant, dans les sciences concrètes, présentés par des êtres qui ont leur nature en dehors de nous, nous ne sommes jamais assurés de les connaître tous et par suite de les avoir tous éliminés ; dans le raisonnement par récurrence au contraire, comme les quantités considérées ne contiennent pas d'autres caractères, tant spécifiques que génériques, que ceux qu'énonce leur définition, on est sûr, une fois éliminés les caractères spécifiques expressément énoncés, qu'il n'en subsiste pas d'autres, et que par suite c'est exclusivement aux caractères génériques qu'est liée la propriété.

96. — On peut dès lors, envisageant la science dans son ensemble, constater l'identité foncière des procédés scientifiques dans tous les domaines. La science a un double rôle : d'une part appliquer des lois générales à des cas spéciaux ; c'est à quoi sert la déduction syllogistique ; d'autre part établir ces lois, c'est-à-dire justifier des propositions énonçant la liaison universelle d'une certaine propriété d'un objet (empirique ou mathématique) à l'un des éléments de cet objet ou, comme disent les logiciens, à l'un des caractères contenus dans sa compréhension, élément qu'on peut appeler général (par rapport à la propriété) en tant que c'est à lui et à lui seul que la propriété est universellement liée. Les moyens d'établir cette dépendance de la propriété par rapport à l'élément général sont les suivants :

1° Montrer que l'élément général entraîne *logiquement* la

propriété, qu'il y a une liaison *nécessaire* entre la propriété et cet élément général. Cette démonstration peut elle-même prendre deux formes :

a) Montrer que la propriété n'est qu'une expression différente de l'élément général (démonstration directe). Cette démonstration est surtout usitée en mathématiques, à cause de la précision et de la limitation des concepts mathématiques, mais elle a aussi sa place dans les sciences concrètes et même dans le langage courant : c'est sur elle que reposent les *inférences asyllogistiques* de Leibniz[1], qui ne sont que des substitutions

1. — « Il y a des *conséquences asyllogistiques bonnes* et qu'on ne saurait démontrer à la rigueur par aucun syllogisme sans en changer un peu les termes ; et ce changement même des termes fait la conséquence asyllogistique. Il y a en plusieurs, comme entre autres, *a recto ad obliquum*, par exemple : Jésus-Christ est Dieu ; donc la mère de Jésus-Christ est la mère de Dieu. Item, celle que les habiles logiciens ont appelée *inversion de relation*, comme par exemple cette conséquence : Si David est père de Salomon, sans doute Salomon est le fils de David. Et ces conséquences ne laissent pas d'être démontrables par des vérités dont les syllogismes vulgaires même dépendent (à savoir le principe de substitution des équivalents ; cf. plus bas, 108 et Couturat, *La Logique de Leibniz*, p. 206, n. 2) » (Leibniz, *Nouveaux Essais*, IV, 17, § 4). — Nous devons ajouter que la plupart des exemples cités par Leibniz peuvent se réduire à des syllogismes réguliers (quoi qu'on puisse d'ailleurs penser de la valeur intrinsèque de ce procédé de démonstration). Ainsi

Tout reptile est animal, donc celui qui a créé tout animal a créé tout reptile peut être remplacé par le syllogisme en *Barbara :*

Tout animal est (ayant été créé par le créateur de tout animal)
Or tout reptile est animal
Donc tout reptile est (ayant été créé par le créateur de tout animal).

De même : Un cercle est une figure ; donc celui qui trace un cercle trace une figure devient (en *Darii*) :

Tout cercle est (tracé par celui qui trace un cercle)
Or tout cercle est quelque figure = Quelque figure est cercle
Donc quelque figure est (tracée par celui qui trace un cercle).

Rappelons que nous avons déjà indiqué (55) la légitimation de l'*inversion de relation*, et que l'équivalence établie plus haut (43) des diverses interprétations de la proposition justifie cette autre inférence asyllogistique : Quelque riche n'est pas heureux, donc quelque richesse n'est pas bonheur. On a en effet : Quelque riche n'est has heureux (en inhérence) = Dans quelque individu bonheur n'accompagne pas richesse (connexion) = richesse n'est quelquefois pas bonheur [= bonheur n'est quelquefois pas contenu dans richesse (compréhension)].

d'équivalents, analogues aux transformations d'équations algébriques.

b) Montrer qu'il est absurde que la propriété soit liée à la négation de l'élément général (réduction à l'absurde).

La démonstration (directe ou indirecte), établissant la liaison nécessaire de la propriété à l'élément général, vaut non seulement pour l'exemple sur lequel on l'a établie, mais pour tout cas dans lequel se retrouve cet élément général (induction tacite).

2° Montrer qu'en fait, expérimentalement, la propriété est liée à l'élément général. Ici, il ne s'agit plus d'une liaison *nécessaire*, mais seulement d'une liaison *constante*. Cette démonstration proprement inductive peut elle-même prendre deux formes, consistant à montrer que :

a) Toutes les fois que l'élément général est présent, les éléments individuels variant, la propriété est présente (raisonnement par récurrence en mathématiques, méthode de concordance dans les sciences concrètes).

b) Quand l'élément général est absent, les éléments individuels restant les mêmes, la propriété disparaît (méthode de différence).

Les considérations qui précèdent peuvent enfin se résumer dans le tableau à double entrée ci-dessous :

MÉTHODE	ÉTABLISSEMENT D'UNE RELATION	
	NÉCESSAIRE	CONSTANTE
DIRECTE	Démonstration proprement dite.	»
INDIRECTE . . .	Réduction à l'absurde.	Raisonnement par récurrence. — Méthode de concordance. Méthode de différence.

CHAPITRE V

Les principes logiques.

---

97. — Après avoir étudié le mécanisme du raisonnement sous sa double forme, déductive et inductive, il reste à dégager et à formuler les principes qui lui servent de fondement, puis à chercher comment peuvent se légitimer ces principes eux-mêmes.

En ce qui concerne d'abord le raisonnement inductif, on connaît la profonde étude de M. Lachelier sur le fondement de l'induction, celle-ci exigeant à la fois selon lui les deux principes de causalité et de finalité. Nous croyons résumer fidèlement sa pensée en disant que d'abord il y a dans tout être ou dans tout fait singulier une raison, d'ailleurs inconnue de nous, qui lie dans ce fait plusieurs caractères successifs, dans cet être plusieurs caractères simultanés. Il y aurait là si l'on peut dire une loi individuelle, la loi du cas considéré, qu'on peut si l'on veut appeler un déterminisme, à savoir l'exigence par un certain caractère de certains autres caractères, soit simultanés, soit successifs, ce que nous appelons leur connexion. Mais cette loi serait purement relative ; elle poserait seulement que, tel caractère étant présent dans un objet concret, les autres ne peuvent pas ne l'être point. Or, une loi n'est pas seulement une relation abstraite entre caractères, mais une relation générale ; cette connexion entre caractères est universelle, c'est-à-dire que tous les caractères liés à un certain caractère se représenteront toutes les fois que celui-ci se reproduira, ce qui suppose que celui-ci se reproduise lui-même, autrement dit qu'il y ait dans la nature des répétitions de caractères entraînant, en vertu du déter-

minisme, des uniformités de connexion. Dans le langage traditionnel, toute loi a une extension, s'applique à un nombre virtuellement indéfini d'expériences réelles ou possibles, de cas concrets analogues. Cette répétition n'est pas fondée par le déterminisme ou principe de causalité ; elle ne peut, selon M. Lachelier, s'expliquer que par le principe de finalité, par la supposition que la nature travaille suivant un plan intelligent, sinon conscient. Sans cette hypothèse, le hasard seul, c'est-à-dire le refus d'une explication rationnelle, peut rendre compte de la répétition de chacun des cas individuels d'où le principe du déterminisme dégage une connexion universelle en droit, mais non universelle en fait.

98. — Selon l'école néo-criticiste, cette universalité de droit est la seule définition de la loi ; autrement dit, une notion, la notion sujet à laquelle sont connexes les prédicats qu'y rattachent les lois, a une compréhension, à savoir l'ensemble de ces prédicats, mais pas d'extension ; les concepts ne sont qu'accessoirement des universaux [1] ; l'application d'une loi à une pluralité de cas particuliers ne lui est pas essentielle ; de sorte que le principe de causalité et d'une manière plus générale le principe du déterminisme est le fondement nécessaire et suffisant de l'induction.

99. — Ni l'une ni l'autre de ces conceptions ne saurait nous satisfaire. Selon nous en premier lieu, par opposition à celle des néo-criticistes, l'extension de la loi, son universalité de fait, ne lui est pas moins essentielle que son universalité de droit. Tout d'abord en effet, une loi étant essentiellement et par définition une prévision (2), une loi individuelle, qui ne devrait plus avoir à l'avenir d'autre application que le cas unique où elle s'est manifestée, ne permettrait plus de rien prévoir, n'aurait plus de raison d'être et ne mériterait pas le nom de loi. Mais

1. — Cf. en particulier Hamelin, *Sur l'Induction*, in *Année philosophique*, 1889, notamment p. 53 ; et Rodier, *Les fonctions du syllogisme*, in *Année philosophique*, 1908, notamment pp. 4-6. — C'est de la même conception que s'inspire la logique symbolique, en déniant aux propositions la « portée existentielle » (47).

bien plus, à supposer même qu'il ne fût pas illégitime d'attribuer ce nom à une loi individuelle, il faudrait au moins que nous fussions assurés que c'est bien une loi individuelle, que nous eussions un moyen de la distinguer d'un simple fait. Or, c'est ce qui selon nous n'est possible qu'en s'appuyant sur une pluralité de cas analogues, contenant à la fois des éléments communs et des éléments différentiels, parce que seul ce mélange dans plusieurs cas concrets d'éléments semblables et d'éléments différents permet, par application des méthodes de concordance et de différence, d'établir la connexion, non empirique, mais essentielle, que la loi a pour fonction de formuler (75). Que peut bien être cette universalité de droit où les néo-criticistes voient, par opposition à l'universalité de fait, la définition de la loi, sinon une nécessité, et comment savoir, à moins de faire appel à des considérations métaphysiques forcément arbitraires, que tels caractères ont une relation nécessaire ? Pour nous la nécessité de la liaison de deux caractères, leur connexion est affaire, non d'intuition, mais d'expérience, et cette nécessité, cette universalité de droit, ne peut se conclure que de l'universalité de fait. La nécessité d'une connexion qui ne se trouverait réalisée qu'une fois pourrait apparaître à un esprit infini ; mais l'esprit humain ne peut conclure à une connexion nécessaire qu'en partant d'une connexion universelle. Tout fait concret nous présente la liaison d'un prédicat avec l'ensemble de caractères qui constitue le contenu de la notion sujet ; mais si ce cas est unique, nous sommes incapables de déterminer, dans cet ensemble de caractères, quels sont ceux auxquels est spécialement lié le prédicat. Si une corde de violon était le seul corps susceptible de rendre un son en vibrant, il nous serait impossible de savoir si c'est à la vibration ou aux caractères individuels de la corde de violon qu'est liée en droit la production du son. Mais la méthode de concordance nous apprend que ce n'est pas à l'élément corde de violon qu'est liée la production du son, puisque le son se produit également avec une peau de tambour qu'on bat, une trompette dans laquelle on souffle, etc. ; la méthode de concordance établit donc la connexion de droit entre le son et la

vibration par élimination des conditions individuelles et, par rapport à la connexion, accidentelles. La méthode de différence établit cette connexion de droit par élimination, non plus des caractères individuels, mais de l'élément général, en montrant sur le seul exemple de la corde de violon que la suppression de la vibration entraîne la disparition du son. Mais il faut remarquer que cet exemple unique en apparence réunit en réalité deux cas différents, à savoir la corde de violon vibrant et la corde de violon en repos. Donc, l'établissement d'une loi, c'est-à-dire d'une connexion universelle en droit ou nécessaire, exige que l'expérience, la nature, nous présente au moins deux cas analogues. Ainsi, dans tous les cas, la répétition de cas analogues, contenant des circonstances différentes à côté des conditions constantes, est indispensable à l'établissement des lois, en entendant par là non seulement leur découverte, mais aussi leur légitimation.

100. — Mais s'il en est ainsi, si par suite nous revenons à l'énoncé qu'a donné M. Lachelier du problème du fondement de l'induction, devons-nous conserver sa solution ? Le principe de finalité est-il indispensable pour expliquer cette répétition des cas analogues, sans laquelle il n'y aurait plus de lois ? Notons que notre position n'est pas la même que celle de M. Lachelier. Selon lui, ce qu'il s'agit d'expliquer, c'est que le principe du déterminisme ait l'occasion de s'appliquer, c'est-à-dire qu'il se reproduise des cas *semblables*. Selon nous, ce qui est important dans la répétition des cas analogues, ce n'est pas leur identité, mais leur *différence*, parce que c'est elle qui permet d'appliquer les méthodes expérimentales (p. 134, note 1).

Dès lors, puisque ce qu'il s'agit d'expliquer pour légitimer l'induction, ce n'est plus la répétition de cas identiques, qui d'ailleurs ne se produit jamais à la rigueur dans l'expérience, mais la répétition de cas simplement analogues, nous pouvons laisser de côté la question de savoir si le principe de finalité est nécessaire pour expliquer la reproduction de cas semblables, ce qui nous semble d'ailleurs contestable, car, sans entrer dans une analyse détaillée de la notion confuse et équivoque de finalité, il nous semble que, puisque c'est la comparaison avec l'industrie humaine qui est au fond de cette idée, on regarderait difficilement comme un ouvrier idéal un ouvrier qui ne serait capable que de reproduire indéfiniment le même modèle.

En ce qui concerne maintenant la répétition de cas simplement analogues, est-il bien nécessaire d'en rechercher la raison ? Ne suffit-il pas de constater qu'il faut bien qu'elle existe, puisqu'elle est la condition de l'induction et que nous pouvons induire ? On nous objectera peut-être que, si nous ne savons pas pourquoi elle existe, rien ne nous garantit qu'elle persistera, et que le scepticisme « est le fruit naturel et toujours renaissant de l'empirisme ». Mais, répondrons-nous, à supposer que nous eussions pénétré la raison de cette répétition jusqu'à présent, en quoi la connaissance de cette raison nous en garantirait-elle la persistance ? De ce que, pour accepter l'idée de M. Lachelier, la nature a été jusqu'à présent pénétrée de finalité, sommes-nous autorisés à conclure qu'elle doit continuer à s'y soumettre ? Si un débiteur insolvable sait que son créancier ne l'a pas poursuivi jusqu'à présent par bonté d'âme ou par crainte des frais d'un procès, en quoi cela garantit-il qu'il ne le poursuivra jamais ?

Mais allons plus loin, et supposons qu'un jour doive venir où la nature cesse de reproduire les cas analogues dont nous avons besoin pour établir des lois. Qu'en résultera-t-il ? Simplement ceci, d'une part que les lois déjà établies n'auront plus d'application ; d'autre part que nous ne pourrons plus découvrir de lois nouvelles, et que, si cela s'était produit plus tôt, nous n'aurions pas découvert les lois déjà établies. Mais de deux choses l'une. Ou ces lois sont purement contemplatives, selon la conception désintéressée de la science, et alors nous devrons nous résigner à ne rien savoir de la nature, au lieu d'en savoir un peu : notre état d'ignorance sera accru, mais il n'y aura entre la situation de l'homme dans ces conditions et sa situation actuelle qu'une différence de degré. Ou au contraire, comme nous le croyons,

les lois sont indispensables à l'action et par suite à la vie, ont un intérêt essentiellement pratique, et alors, si réellement l'induction devient impossible, l'homme mourra. Mais quand il sera mort, il n'aura plus à se poser le problème du fondement de l'induction ; et tant qu'il ne sera pas mort, il n'aura pas davantage à se poser ce problème, car puisqu'il continuera de vivre, c'est que, sans qu'il ait besoin de savoir pourquoi, l'induction sera restée possible.

Mais y a-t-il lieu de prévoir, même à titre de simple possibilité, cette disparition des conditions nécessaires à la science, à la connaissance, soit utilitaire, soit purement spéculative, des lois de la nature ? Pour que les lois de la nature pussent, non seulement se modifier, ce qui n'aurait d'autre conséquence que de nous obliger à changer notre science, mais s'évanouir complètement, il faudrait qu'elles existent en elle. Or, selon nous, les lois naturelles ne sont pas des lois que la nature impose à l'esprit humain, mais des lois que l'esprit humain impose à la nature. Dès lors, si le déterminisme ou le principe de causalité est, non une loi intrinsèque des choses, mais une exigence de l'esprit humain, si par suite nous y voyons, en un certain sens que nous aurons à préciser (111), un principe *a priori*, le problème de la constance des lois de la nature n'est plus un problème spécial, mais un simple cas particulier de la constance des lois de l'esprit, problème que nous étudierons à propos du principe d'identité, avec lequel, nous espérons le montrer (107), le principe du déterminisme ne fait qu'un. Et si l'on nous objecte que pour que nous imposions des lois à la nature, il faut bien qu'elle s'y prête en quelque mesure, qu'elle n'y soit pas absolument rebelle, nous demanderons s'il n'en est pas exactement de même en sens inverse dans la conception contraire, d'après laquelle ce serait la nature qui imposerait ses lois à l'esprit. Une certaine harmonie préétablie entre la nature et l'esprit est indispensable à la constitution de la science. Pourquoi cette harmonie existe, la métaphysique pourra essayer de le conjecturer, il nous suffit d'en constater l'existence, puisque cette

existence est la condition indispensable de la science, qui est un fait [1]. Et d'autre part, cette harmonie pourra sembler moins difficile à concevoir, moins nécessaire à expliquer, si l'on songe que, abstraction faite de toute hypothèse objectiviste ou réaliste, l'harmonie de la nature et de l'esprit n'est que l'harmonie entre les perceptions sensibles et les constructions intellectuelles, c'est-à-dire entre les sens et l'entendement, qui sont au même titre des facultés de l'esprit humain. Le consensus entre les sens et l'entendement est un fait du même ordre que la solidarité des membres et de l'estomac, qu'on peut, dans un cas comme dans l'autre, se borner à constater.

101. — Mais si, pour fonder cette harmonie préétablie de la nature et de l'esprit humain, nous la dérivons, non de quelque hypothèse métaphysique, mais de sa conséquence, à savoir l'existence en fait de la science, il n'est pas impossible d'en préciser la nature. Cette harmonie préétablie doit être ce que requiert la possibilité de l'induction, à savoir, comme nous l'avons vu (74), que la connexion d'une notion prédicat avec une notion sujet se conserve toujours, à quelques déterminations individuelles que celle-ci se trouve unie dans l'expérience, en d'autres termes que cette connexion abstraite persiste dans les cas concrets ; on pourrait dire encore que l'induction a pour fondement l'immutabilité ou si l'on veut l'éternité, et par suite la transportabilité de la connexion des notions.

102. — C'est ici le lieu de dire un mot du reproche adressé par St. Mill au syllogisme d'être, soit une tautologie, soit un cercle vicieux, car de cette double critique, la seconde, la plus importante, s'adresse en réalité, non au raisonnement déductif, mais au raisonnement inductif. D'abord, dire que le syllogisme est une tautologie, ce n'est pas, en un sens, en faire une critique, mais en énoncer l'essence, car ce raisonnement ne consiste qu'à

1. — « Ou notre science tout entière n'est qu'un rêve, ou les principes sur lesquels elle est fondée sont à leur tour l'expression d'un fait, qui est le fait même de l'existence de la pensée » (Lachelier, *Fondement de l'induction*, Paris, Alcan, 1902, p. 14). — Pour éviter toute interprétation métaphysique de ce mot *pensée*, nous dirions : de l'existence de la science.

légitimer une conclusion en montrant qu'elle était implicitement contenue dans chacune des prémisses, d'où leur réunion l'a explicitée. Signaler dans le syllogisme une tautologie, c'est dire qu'il est un « système hypothético-déductif », c'est-à-dire que la conclusion est nécessairement vraie, les prémisses l'étant par hypothèse, ce qui est la conception traditionnelle de la déduction considérée comme une opération formelle. Le rôle unique de la logique formelle, est, si l'on nous passe le mot, celui de garde-fou ; c'est exactement ce que signifie la formule bien connue où LEIBNIZ y voit « un art d'infaillibilité ». Mais on ne saurait dire que c'est là un rôle inutile ; étant donné que notre esprit est assailli par maintes passions de toute sorte, que la « logique affective » est un fait incontestable, n'est-ce pas rendre à la pensée un signalé service que d'écarter d'elle les obstacles inaperçus à son fonctionnement logique ? La démonstration consiste précisément à montrer par des intermédiaires appropriés qu'entre les prémisses et la conclusion il ne s'est introduit aucun élément étranger, en d'autres termes qu'on ne s'y est pas écarté de cette tautologie que St. MILL reproche au syllogisme. A ce point de vue, plus critique peut-être que véritablement logique, la déduction (et la logique formelle qui en formule les règles) a pour rôle de montrer si (ou que) la conclusion ne peut pas être fausse, étant posées les prémisses ; elle n'a donc qu'un rôle négatif, mais ce rôle négatif est essentiel pour la pensée de l'homme, qui n'est pas un pur esprit. Il est donc très vrai que la déduction ne peut fournir que des tautologies, mais c'est tout ce qu'on lui demande, et ces tautologies ne sont pas vaines, puisque c'est précisément la tautologie qui est l'essence et la justification de la démonstration.

Mais il faut aller plus loin et ajouter que la tautologie n'est qu'apparente, comme cela saute aux yeux par la seule différence des prémisses et de la conclusion. St. MILL oublie que le syllogisme a deux prémisses, et que, s'il y a équivalence, il n'y a pas identité entre la conclusion et chacune des prémisses, puisque la conclusion y substitue un des extrêmes au moyen terme. Chaque prémisse contient la conclusion en puissance, mais en puissance seulement ; il faut qu'elles se fécondent l'une l'autre, et la conclusion est le fruit de leur accouplement. En particulier, la conclusion n'est que la mineure, mais la mineure après sa fécondation par la majeure ; il n'y a pas plus tautologie de la mineure à la conclusion qu'il n'y a identité entre un ovule et un œuf. La déduction n'est pas stérile : elle a cette utilité d'expliciter des connaissances purement implicites. Comme l'a fait remarquer SCHOPENHAUER[1], il ne sert à rien de savoir si l'on ne sait pas qu'on sait ; il en va comme d'un commerçant qui, ayant un paiement à faire, ignorerait qu'il a en caisse la somme nécessaire.

Quand d'autre part il reproche au syllogisme d'être un cercle vicieux, St. MILL se place à un point de vue tout différent : il n'envisage plus la légitimité du rapport de la conclusion aux prémisses, mais la légitimité de ces prémisses elles-mêmes, et en particulier, la mineure qui énonce un fait d'expérience ne pouvant être contestée par un empiriste, celle de la majeure. Celle-ci, dit-il, ne serait légitime que si l'on connaissait déjà la conclusion que le syllogisme doit légitimer, car les quelques individus qui constituent le sujet de la conclusion doivent être compris dans tous ceux dont la majeure affirme le même prédicat. Mais cette objection confond *tout* avec *tous*. Point n'est besoin, pour savoir que tout homme est mortel, d'avoir constaté la mortalité de tous les hommes ; il suffit d'avoir constaté celle d'un seul homme, pourvu que la méthode de différence ait indiqué en quoi consiste l'homme abstrait qui dans cet homme concret est mortel, à savoir par exemple en une auto-régulation de l'organisme incapable d'en maintenir indéfiniment le consensus. Si par hasard l'expérience nous présentait dans l'avenir un homme immortel, la seule conséquence à en tirer serait que nous avions mal déterminé la compréhension de la notion homme, dont la définition à ce point de vue est : l'être qui possède tou-

1. — *Le monde comme v. et r.*, Append. au L. I, ch. 10; trad. franç., T. II, pp. 241 sq.

jours la mortalité, ou la notion à laquelle est universellement ou constamment liée la mortalité ; et ainsi tout démenti que l'expérience pourra présenter à une loi sera uniquement une occasion pour la perfectionner.

103. — Le principe de causalité, fondement du raisonnement inductif, peut, avons-nous dit (101), s'appeler principe de la transportabilité de la connexion des notions. C'est le même principe, croyons-nous, qui se retrouve à la base du raisonnement déductif. Le principe traditionnel de ce raisonnement (dont on peut retrancher comme sans utilité la face négative) est, dans l'interprétation en inhérence, le *dictum de omni*, dans l'interprétation en compréhension le *nota notæ*, qui, dans notre interprétation en connexion, peut se formuler ainsi : Tout caractère (le grand terme) universellement connexe à un second (le moyen), lui-même connexe (universellement ou particulièrement), à un troisième (le petit terme), est connexe (universellement ou particulièrement) à ce dernier. Pour prendre comme exemple un syllogisme à conclusion particulière (*Darii*), dire que le grand terme est universellement connexe au moyen, c'est dire qu'il l'accompagnera toujours, partout où celui-ci se trouvera (Tout riche est inquiet = Inquiétude accompagne partout richesse). Dire que le moyen est partiellement connexe au petit terme, c'est dire qu'il l'accompagne dans certains cas (Quelque homme est riche = Richesse accompagne quelquefois humanité). Le grand terme accompagnant partout le moyen qui accompagne le petit, soit toujours, soit dans certaines conditions, accompagnera le petit, soit toujours, soit dans les mêmes conditions. Le principe du syllogisme est donc bien, comme nous le disions, celui de la transportabilité de la connexion.

104. — Quel est le rapport de ce principe au principe d'identité ? Pour résoudre cette question, il faut d'abord préciser l'énoncé de celui-ci. La formule qu'on en donne souvent : A est A, nous semble inacceptable, car si elle a un sens, elle équivaut à cette autre : Une chose (au sens le plus vague de ce mot) est ce qu'elle est. Mais, dans cette formule, « une chose » et « ce qu'elle est » n'ont pas la même signification : « une chose » est un sujet, « ce qu'elle est » est un prédicat, et bien que la copule qui réunit ces deux termes en affirme l'équivalence, ces deux termes équivalents ne sont pas identiques. Dire : Une rose est rose, ce n'est pas dire : Une rose est une rose. C'est précisément pour cette raison que, prenant le principe d'identité dans son sens le plus strict, Ménédème admettait qu'on pût dire : l'homme est homme, mortel est mortel, mais non : l'homme est mortel. Il est manifeste que le principe d'identité ainsi entendu condamne l'esprit à la stagnation absolue et s'oppose à toute connaissance. Toute proposition doit être de la forme : S est P, et la vue psychologique (40) d'après laquelle le jugement exprime l'analyse d'une représentation d'ensemble montre que c'est bien cette forme qu'elle prend en fait. Si le principe d'identité n'est pas un jugement comme un autre, s'il a une signification spéciale, ce ne peut être que celle-ci : S *reste* P, autrement dit si une notion P est connexe à une notion S, elle doit toujours lui rester connexe.

105. — Cela posé, les principes de contradiction et du tiers exclu ne sont que des expressions différentes du principe d'identité, et par exemple au lieu de S reste P dire : S ne peut devenir non-P, c'est une simple traduction, qui n'en diffère pas plus que son expression dans une autre langue (par exemple en allemand : S *bleibt* P) : les mots seuls ont changé, le sens est demeuré le même. Les trois principes d'identité, de contradiction et du milieu exclu ne sont que des énoncés différents et équivalents d'un principe unique, qu'on peut appeler principe d'identité au sens large, en fonction de considérations différentes. Il en va comme d'un même homme qui est fils par rapport à son père, mari par rapport à sa femme, et qui deviendra père quand il aura un enfant. En mathématiques, l'axiome : Deux quantités égales à une troisième sont égales entre elles (ou une quantité égale à une seconde elle-même égale à une troisième est égale à cette troisième) n'est que le principe d'identité formulé en fonc-

tion de l'égalité mathématique ; l'axiome : Le tout est plus grand que la partie n'est que le principe d'identité exprimé en fonction de l'inégalité mathématique (une quantité est par définition plus grande qu'une autre quand celle-ci y est contenue, comme la partie dans le tout). De même, le principe d'identité au sens strict n'est que le principe général ou principe d'identité au sens large exprimé en fonction de l'affirmation : S reste P = (S reste P) est vrai ; le principe de contradiction est ce même principe général formulé en fonction de la négation : il n'est pas vrai que S devienne non-P, c'est-à-dire ne reste pas P ; le principe du tiers exclu est encore ce même principe général énoncé en fonction de la définition des termes contradictoires, deux termes étant dits contradictoires lorsque par le seul fait que l'un est prédicat d'un sujet donné, l'autre ne peut l'être et qu'inversement par le seul fait que l'un n'est pas prédicat de ce sujet, l'autre doit l'être. Ainsi chacun de ces trois principes nous semble absolument équivalent pour le sens aux deux autres, et tous trois ne sont que des expressions variées du principe fondamental qu'on pourrait appeler principe de l'immutabilité de la connexion, principe qui pose la stabilité, l'éternité pourrait-on dire, des jugements d'une part, des concepts de l'autre, car l'identité des concepts n'est que la stabilité de leurs définitions, qui sont des propositions.

106. — Mais s'il en est ainsi, le principe du syllogisme à son tour n'est qu'une expression différente, en fonction d'une nouvelle condition, du principe d'identité au sens large. Dire que la connexion entre deux notions se conserve inaltérée, c'est dire qu'elle subsistera, à quelques déterminations que l'une d'elles se trouve jointe dans tel ou tel cas particulier ; en d'autres termes, l'immutabilité de la connexion entraîne sa transportabilité, qui est ce qu'énonce le principe du syllogisme. Le principe d'identité affirme que dans le cours de la pensée, dans le devenir d'un esprit humain, la connexion de deux notions persiste, que toutes les fois que cet esprit pensera ensemble ces deux notions, à quelque moment qu'il les pense, il sera forcé de les

penser comme connexes. Le principe du syllogisme affirme que cette connexion persiste non seulement entre les deux notions pensées ensemble à un moment quelconque, si on pense leur ensemble isolément, à part de tout le reste des états de conscience, mais encore entre ces deux notions quand chacune d'elles, et en particulier la notion sujet, est unie à des déterminations particulières qui, par leur addition, la transforment de genre en espèce.

107. — Mais jusqu'à présent nous sommes restés confinés, avec la logique traditionnelle, dans la déduction purement formelle, nous ne sommes pas sortis de la sphère close de l'esprit. Le principe de l'immutabilité et de la transportabilité de la connexion s'applique au monde de l'esprit pur, créateur par génération de notions abstraites à qui leur définition assure l'immutabilité ; mais ce monde cohérent de notions stables, dont le monde des Idées de Platon n'était qu'une transposition transcendante, reste enfermé en lui-même. Dans le monde de l'expérience, nous voyons continuellement, conformément à la formule d'Héraclite, le même sujet (en entendant par là un objet) changer de prédicat (en entendant par là un attribut ou une qualité), acquérir successivement des propriétés différentes ou contradictoires. Le problème de la déduction réelle et non plus seulement formelle est donc d'expliquer comment le principe de la stabilité de la connexion des notions peut s'appliquer aux représentations sensibles qui, sous leur aspect immédiat, semblent obéir à un principe opposé. Si donc on continue à appeler principe d'identité le fondement de la déduction, il faudra l'énoncer ainsi : Les notions entre lesquelles l'esprit, à l'instigation de l'expérience, a établi une connexion, conserveront toujours cette connexion, non seulement dans l'esprit, mais aussi dans l'expérience, malgré le flux perpétuel qui caractérise celle-ci. Le cours de l'expérience dans le monde objectif, comme la durée dans l'esprit, en un mot le temps, sont par rapport aux caractères des notions et en particulier par rapport à leur connexion ce que l'espace géométrique est à l'égard des

figures : un milieu inerte. Nous retrouvons donc, comme indispensable à la légitimité de la déduction réelle, ce postulat d'une harmonie préétablie entre l'esprit et l'expérience, où nous avons cru voir également la condition de l'induction (101) ; et ainsi le principe de l'immutabilité et de la transportabilité de la connexion des notions non seulement au sein de l'esprit autonome, mais aussi dans l'expérience élaborée par la science, est bien le principe unique du raisonnement sous sa double forme, inductive et déductive ; c'est lui qui permet d'une part de dégager la loi (car loi et connexion universelle, c'est tout un) des cas concrets, d'autre part de l'appliquer aux cas concrets.

108. — Pour nous assurer que nous ne nous sommes point égarés, refaisons le chemin en sens inverse, en vue de justifier par la méthode que les mathématiciens appellent synthétique, d'une part les opérations dont nous avons usé pour simplifier le formulaire logique et spécialement syllogistique (permutation des prémisses, conversion, obversion, contraposition qui n'est qu'une combinaison de la conversion et de l'obversion), d'autre part le principe du syllogisme.

Le premier principe de la logique, son postulat fondamental, est que la vérité reste vraie, quelques changements que les circonstances puissent apporter soit à la nature objective, soit à la pensée individuelle ou collective. De ce postulat fondamental de la constance de la vérité résulte immédiatement la légitimité de la permutation des prémisses, dont la justification peut se présenter sous cette forme générale : une proposition vraie reste vraie quelque place qu'elle occupe dans une série de propositions.

Du postulat théorique de la constance de la vérité découle également la règle pratique ou normative de la constance de la pensée : si notre pensée possède la vérité, pour la conserver, elle ne doit pas changer. C'est à cette règle que correspond le principe d'identité qui peut s'énoncer : Un jugement vrai S est P (= P est connexe à S) doit, pour rester vrai, rester S est P.

Mais la logique ne se borne pas à conserver la vérité déjà possédée ; elle veut de cette vérité possédée passer à des vérités nouvelles ; elle doit donc concilier avec la nécessité de la constance de la pensée celle du progrès de la connaissance. Il faut, pour qu'il y ait progrès, qu'on ne répète pas absolument la même chose ; mais il faut, pour assurer la constance logique, que les nouvelles formules substituées aux formules primitives et constituant un progrès leur soient équivalentes, c'est-à-dire que sous une forme différente elles énoncent la même vérité. D'après le principe fondamental de la constance de la vérité, ce changement de forme laisse la vérité inaltérée. Le principe d'identité se transforme ainsi en principe de la substitution des équivalents, qui réunit les deux conditions indispensables au progrès logique de la connaissance [1].

Mais ce principe est vide par lui-même. Il énonce que le progrès logique de la connaissance est subordonné à cette condition que les formules (ou propositions) substituées aux formules primitives (pour qu'il y ait progrès) leur soient équivalentes (pour qu'il y ait conservation de la vérité) ; mais il n'énonce pas à quelles conditions les formules substituées seront équivalentes aux formules initiales. Les principes ultérieurs de la logique devront donc avoir pour rôle de déterminer quelles sont les opérations qui donneront des formules équivalentes et substituables aux formules primitives ; ce seront des spécifications du principe de la substitution des équivalents en fonction des définitions des opérations logiques ; leur unique office est de permettre l'établissement d'un dictionnaire de synonymes.

La notion fondamentale pour la logique est celle de la connexion ou de la non-connexion des notions. Deux notions sont connexes quand elles se présentent ensemble dans certains cas concrets, non-connexes quand elles ne se rencontrent ensemble dans aucun cas concret. La connexion et la non-connexion ainsi définies sont des relations réversibles : il est évident que dans

1. — Sur l'indication par LEIBNIZ de ce principe, repris par Stanley JEVONS, cf. COUTURAT, *La Log. de Leibniz*, pp. 206-208.

les cas où la première notion se rencontre avec la seconde, la seconde se rencontre avec la première, et que dans les cas où la première ne se rencontre pas avec la seconde, la seconde ne se rencontre pas avec la première. De là résulte la légitimité de la conversion simple des propositions E et I.

Mais il y a un cas particulier de connexion plus précis que le cas général dont nous avons fait la définition de la connexion. Ce cas spécial, qu'expriment les propositions universelles, est celui où des deux notions connexes, l'une accompagne l'autre non seulement dans certains cas concrets, mais dans tous les cas où se présente celle-ci. Tout S est P (= P accompagne partout S) signifie que P accompagne S, et que par suite S accompagne P, dans certains cas *déterminés*, à savoir tous les objets ou représentations où se trouve S. Mais nous ignorons au point de vue formel (et au point de vue matériel nous savons qu'il n'en est rien la plupart du temps) si tous les cas où se trouve S sont tous les cas où se trouve P. C'est pour cela que, tandis que E et I se convertissent simplement, A ne peut se convertir que par limitation en I. Si donc, comme nous l'avons vu (62), il est indifférent à un point de vue théorique de considérer dans une proposition une notion comme sujet ou comme prédicat, il y a entre le sujet et le prédicat une différence pratique, consistant en ce qu'on peut dans certains cas énoncer une liaison universelle du prédicat au sujet, tandis qu'on ne peut jamais énoncer qu'une liaison particulière du sujet au prédicat. Or, c'est précisément cette liaison universelle qui importe pour la science, puisque les lois, objet de la recherche scientifique, sont des connexions universelles.

Il peut encore y avoir entre deux notions une autre relation que nous appellerons concurrence. Deux notions (P et P′ ou non-P) sont concurrentes quand l'une est présente dans tous les cas où manque l'autre et réciproquement. De là résulte la légitimité de l'obversion. Si P′ se trouve partout où n'est pas P, il est évident que S n'est pas P (P n'accompagne pas S) peut s'énoncer S est P′ (P′ accompagne S).

Un nouveau corollaire du principe de la substitution des équivalents est le principe de la subalternation. Si deux notions sont connexes dans un ensemble de cas concrets, elles sont connexes dans chacun de ces cas considérés isolément ; autrement dit, en vertu du postulat de la constance de la vérité, la vérité de la connexion des deux notions dans chacun des cas individuels subsiste, que l'on considère ou non leur connexion dans les autres cas individuels. Si M et P sont connexes dans tous les cas où se présente M, P se présentera dans chacun des cas où se présentera M. Ce principe autorise, si l'on peut dire, l'esprit à faire la monnaie des vérités qu'il possède.

Le principe du syllogisme enfin n'est qu'une détermination du principe de la subalternation. Si j'ai la proposition vraie S est M, c'est-à-dire M et S sont ensemble dans certains cas concrets, et si je sais d'autre part que partout où est M sera aussi P, P se rencontrera également dans ceux des cas où M accompagnera S. Ainsi se trouve fondé le principe du syllogisme ou, comme nous l'avons appelé, de la transportabilité de la connexion, qui permet d'affirmer que le prédicat de la majeure accompagne le sujet de la mineure comme il accompagne celui de la majeure et par suite de substituer dans la conclusion soit le sujet de la mineure à celui de la majeure, soit le prédicat de la majeure à celui de la mineure.

109. — Ainsi, le principe fondamental de la logique est la loi de la constance de la pensée en nous, fondée sur le postulat de la constance de la vérité dans les choses. Quelle est maintenant l'origine de ce principe ? Puisque, comme nous l'avons remarqué (107), il ne s'applique pas à l'expérience immédiate, mais seulement à l'expérience élaborée par l'esprit, on ne saurait dire qu'il vient de l'expérience, lui assigner une origine empirique ; énonçant une exigence de l'esprit, il ne peut être qu'*a priori*. C'est la nature de cet *a priori* qu'il nous reste à préciser. Il s'agit d'expliquer pourquoi l'esprit affirme la stabilité, à travers le temps et au milieu de la variation des circonstances accessoires, de la connexion entre deux notions, non seulement au

sein de l'esprit, mais aussi dans le rapport de l'esprit avec l'expérience ; la question est de savoir pourquoi, la connexion entre deux notions une fois établie par l'esprit, soit par construction, soit par confrontation avec l'ensemble de ses connaissances, cette connexion passée est valable pour l'avenir. La légitimité de cette conclusion du passé à l'avenir n'est susceptible que d'une démonstration indirecte ; tout ce que nous voulons essayer de montrer, c'est que si cette conclusion était illégitime, l'esprit dont le principe qui la fonde est l'exigence essentielle, ou n'aurait jamais existé, ou aurait cessé d'exister. Autrement dit, nous ne pouvons concevoir l'existence d'un tel principe que dans un être vivant, et la vie serait impossible pour tout être (homme ou animal) incapable de diriger, consciemment ou inconsciemment, sa conduite d'après ce principe, soit que ce principe ne fût pas le ressort interne de son activité, soit que le milieu dans lequel il est placé ne se prêtât pas à l'application de ce principe. La conclusion du présent au futur ou du passé au présent est la condition essentielle de toute pensée, si rudimentaire qu'elle soit, parce qu'elle est la condition indispensable de la vie.

La conservation de la vie est fonction de deux variables, l'être vivant et le milieu. Il faut d'une nécessité absolue que la relation de l'être au milieu soit adaptée à la conservation de la vie, ce qu'on exprime encore en disant que l'être est adapté au milieu. A tout moment de la vie de l'être considéré, au cours du changement perpétuel de son état propre et des circonstances qui l'entourent, cette adaptation doit être réalisée, sous peine de mort pour l'être vivant. C'est là la forme que prend pour nous l'harmonie préétablie, dont nous ne cherchons pas la raison, mais qui doit se trouver partout où la vie se conserve. Le principe d'identité sous sa forme la plus générale n'est que l'expression du maintien de cette harmonie, dont la disparition entraînerait la cessation de la vie.

Que doit donc être, à un moment quelconque, la conduite de l'être vivant pour que sa vie continue ? Puisqu'il a vécu

jusqu'à ce moment, c'est que sa conduite antérieure dans les conditions correspondantes du milieu était adaptée à sa conservation. Pour que celle-ci persiste, il faut que, les circonstances restant par hypothèse les mêmes, sa conduite reste la même. Ainsi, l'imitation par l'être dans le présent de sa conduite passée, la répétition des mêmes actes dans les mêmes circonstances, est la première condition de sa survivance. Cette répétition inconsciente est la définition même de l'instinct. L'imitation du passé, la persistance de la même conduite dans des circonstances supposées provisoirement identiques, est la forme interne, inhérente à l'être vivant, du principe d'identité ; c'est, comme dirait M. Bergson, ce principe vécu ou joué et non représenté. Si l'homme se distingue de l'animal en ce que chez lui la réflexion se surajoute à l'instinct, le principe d'identité prend chez lui une forme expresse : l'homme sait qu'il doit agir dans les circonstances actuelles de la même façon qu'il a agi antérieurement dans les mêmes circonstances parce que cette action dans ces circonstances a assuré jusqu'alors la conservation de sa vie.

Supposons un être vivant au premier moment de sa vie, dans certaines circonstances. Instinctivement, en vertu de sa nature, il répond à ces circonstances par certaines actions, ce mot étant pris bien entendu dans son sens le plus large. De deux choses l'une : ou cette réaction ne sera pas adaptée, appropriée aux circonstances, et alors l'être mourra et cessera de nous intéresser ; ou cette réaction sera adaptée, auquel cas l'être continuera de vivre et se trouvera alors au second moment de son existence. A ce moment, les conditions du milieu auront changé, ne fût-ce que par la réaction précédente de l'individu ; et le même problème se représentera que pour le premier moment. Donc à tout moment de sa vie se présente pour l'être vivant l'alternative d'une conduite non adaptée aux circonstances et suivie de mort, ou d'une conduite adaptée aux circonstances et permettant sa conservation. Mais cette adaptation, si nous nous en tenons uniquement à l'être dont il s'agit, abstraction faite de toute considération adventice, est purement accidentelle.

Si l'on veut chercher une explication de l'instinct, qui est le nom de la réaction spontanée de l'individu aux circonstances, on pourra le rapporter soit à une Providence ou à une finalité quelconque d'ordre transcendant, soit à une transmission ancestrale. La première conception fait appel à des hypothèses métaphysiques soustraites à toute vérification positive; la seconde fait intervenir sous forme héréditaire l'habitude qui se présente déjà dans la vie individuelle. Ainsi, si l'on s'en tient à la constitution organique de l'être vivant, en y comprenant sa constitution psychique là où elle existe et est susceptible d'intervenir comme élément de sa conduite, sa survivance est à tout moment le résultat d'un hasard heureux qui aurait pu ne pas se produire, bien qu'en fait il se soit produit à tous les moments de sa vie antérieure, puisqu'elle a continué jusqu'à présent. Pour simplifier, à chaque moment de son existence, l'être vivant est placé entre deux conduites, l'une adaptée aux circonstances, à savoir par définition celle qui lui permettra de survivre, l'autre non appropriée aux circonstances et qui entraînera sa mort, et c'est par hasard qu'il suit l'une ou l'autre voie.

Y a-t-il un remède à ce risque de mort perpétuellement renaissant ? Ce risque serait inéluctable si les circonstances de chaque moment étaient entièrement nouvelles par rapport à celles des moments antérieurs, car tout moment nouveau serait pour l'être vivant comme le premier moment de son existence, et c'est du hasard seul que dépendrait l'adaptation ou la non-adaptation de sa conduite aux circonstances nouvelles. Mais il n'en va plus de même si les circonstances nouvelles présentent une ressemblance quelconque avec les circonstances antérieures. En effet, l'action par laquelle l'individu a répondu à ces circonstances antérieures y était adaptée, puisqu'il a survécu. Dès lors, nous pouvons dépasser le cas purement théorique et irréalisable où l'individu se retrouverait placé dans des circonstances identiques. Sa vie est assurée s'il peut dans les circonstances nouvelles dégager l'élément qu'elles ont de commun avec des circonstances antérieures pour y faire correspondre la même réac-

tion qui a réussi dans ces circonstances. La condition pour un être vivant de la conservation de son existence est donc celle-ci : que dans la variation incessante des circonstances, il soit capable de dégager, soit consciemment, soit inconsciemment, par des actes instinctifs ou par des décisions réfléchies, l'élément général en ce qui concerne le maintien de la vie, c'est-à-dire l'élément qui exige pour le maintien de la vie la même réaction qui a réussi dans le passé.

110. — Mais cela, qu'est-ce autre chose, avec la seule différence des points de vue pratique et spéculatif, que le principe fondamental de la pensée tel que l'ont dégagé nos analyses antérieures, à savoir le principe de la stabilité de la connexion entre deux notions, qui sont ici comme sujet la réaction aux circonstances actuelles en ce qu'elles ont de commun avec des circonstances antérieures et comme prédicat la conservation de la vie ? Nous ne pouvons, au moment de conclure cette étude, entrer dans des détails qui exigeraient de longs développements et qui se rapporteraient à la vie en général, alors que nous avons spécialement en vue la pensée humaine. Nous devons donc franchir d'un bond l'infinité des degrés intermédiaires qui séparent, en les reliant, le vivant le plus simple et l'homme ; pour la conduite humaine elle-même, nous devons nous contenter de poser qu'entre la simple conservation de la vie organique et l'amélioration des conditions d'existence dans un milieu de plus en plus compliqué, entre le ζῆν tout court et l'εὖ ζῆν dans tous les sens de ce mot, il n'y a qu'une différence de degré et non de nature ; enfin que chez l'homme l'intelligence, avec les différences de toute sorte de développement quantitatif et qualitatif qu'elle présente chez des individus différents et chez le même individu au cours de son existence, avec ses possibilités d'aberration, de maladie, en un mot d'inadaptation partielle, n'est qu'un organe comme les autres, dirigé comme eux vers la conservation et l'amélioration de la vie ; que l'homme n'est pas, selon le mot de Bonald, « une intelligence servie par des organes », mais bien plutôt un organisme servi par une

intelligence. A notre avis, la vérité humaine — et, en ce qui nous concerne, nous n'arrivons pas à nous représenter ce que serait cette « vérité en soi » qui sert de base par exemple aux spéculations d'un Husserl[1] — est avant tout d'ordre pratique ou si l'on veut vital ; c'est une conduite, une « prise de position » (*Stellungsnahme*) comme disait Fichte, à l'égard des circonstances, prise de position dont le caractère distinctif par rapport à l'erreur est d'être adaptée aux circonstances et de permettre la conservation de la vie. La connaissance proprement dite n'est qu'une prise de position idéale, virtuelle ou différée, elle n'est si l'on peut dire qu'une provision, un emmagasinement dans la conscience des réactions adaptées à des circonstances non actuellement données, mais qui pourront l'être un jour ou l'autre, et la connexion entre deux notions n'est que la forme abstraite de la connaissance ainsi définie. Le raisonnement est le procédé par lequel l'esprit découvre cette connexion au moyen de l'induction et l'applique au moyen de la déduction, en s'appuyant sur le principe de l'immutabilité et de la transportabilité de la connexion, c'est-à-dire au fond sur la constance de l'adaptation de telle conduite à telles circonstances, à quelque moment et dans quelques conditions accessoires que celles-ci se présentent.

111. — Nous voyons donc maintenant en quel sens ce principe du raisonnement peut être dit *a priori*. Il l'est en ce qu'il exprime une exigence de l'esprit qui ne saurait venir de l'expérience si l'on entend par là un simple objet de contemplation, puisqu'elle ne nous présente pas immédiatement cette connexion, qu'elle ne la contient qu'en puissance et que la recherche scientifique est indispensable pour l'en dégager, pour substituer au changement perpétuel des assemblages empiriques de caractères la stabilité des lois. Mais si le principe du raisonnement est

1. — Edm. Husserl. *Logische Untersuchungen, Erster Teil, Prolegomena zur reinen Logik*, Halle a. S., Niemeyer, 1900. — Cf. M. Pala'gyi. *Der Streit der Psychologisten und Formalisten in der Modernen Logik*, Leipzig, Engelmann, 1902, et W. Jerusalem, *Der kritische Idealismus und die reine Logik*, Wien et Leipzig, Braumüller, 1905.

a priori par rapport à l'esprit, l'esprit lui-même n'est pas *a priori* par rapport à l'expérience entendue, non plus comme un spectacle offert à sa contemplation, mais comme un milieu qui s'impose à l'exercice de la pensée, parce qu'il est la condition de la vie qui est le support indispensable et, ajouterions-nous, la raison d'être de la pensée. Le principe de la stabilité de la connexion est une exigence de l'esprit, mais l'esprit n'a cette exigence que parce qu'il est l'esprit d'un être vivant, c'est-à-dire placé dans l'expérience ; il serait donc *a priori* par rapport à la connaissance, mais *a posteriori*, comme la connaissance elle-même, par rapport à l'action.

112. — Mais cette thèse, en ce qu'elle a d'empiriste, ne s'expose-t-elle pas aux critiques maintes fois adressées à l'empirisme, et que n'a pas manqué de réveiller sa forme la plus récente, l'humanisme ou pragmatisme ? Nous ne saurions ici exposer ni les doctrines diverses qui se réclament de ce titre, ni celles à qui leurs adversaires l'ont attribué plus ou moins arbitrairement, et pas davantage discuter les objections qu'elles ont suscitées. Ce serait soulever tout le problème de la théorie de la connaissance, qui déborde infiniment le sujet précis de notre travail[1]. Il nous suffit de justifier notre attitude en ce qui concerne le principe où nous avons vu le fondement du raisonnement sous sa double forme, inductive et déductive, à savoir le principe de la stabilité et de la transportabilité de la connexion. Ce principe, pour fonder le raisonnement, doit présenter les caractères de l'universalité et de la nécessité, et c'est précisément son incapacité de conférer ces caractères aux principes rationnels qu'on invoque contre l'empirisme. Mais il nous semble que ces caractères leur sont garantis par la conception que nous défendons et, bien plus, qu'elle est à ce point de vue supérieure aux doctrines dites rationalistes. Nous ne reviendrons

1. — Nous avons ailleurs touché incidemment à ce point et essayé de montrer que les solutions proposées du problème de l'origine des principes rationnels laissent intacte la question de leur valeur logique, de leur caractère normatif. Cf. Luquet, *Logique rationnelle et Psychologisme*, in *Revue philosophique*, décembre 1906, T. LXII, pp. 608-610.

pas sur le point de l'accord de la pensée avec l'expérience brute ou immédiate, avec les « choses », parce que cette difficulté d'une harmonie préétablie se présente également pour les deux conceptions antagonistes, et que si toutes deux sont également impuissantes à l'expliquer sans faire intervenir des hypothèses métaphysiques, elle s'impose à toutes deux comme la condition nécessaire de ce fait positif, l'existence de la science. Le problème se restreint donc à l'universalité et à la nécessité des principes rationnels au sein de l'esprit ; mais ces caractères, le rationalisme nous semble hors d'état de les leur garantir. L'esprit a toujours été jusqu'ici guidé dans ses démarches par ces principes ; quel droit avons-nous de croire qu'il en sera toujours de même à l'avenir ? Aucun, à moins de faire une fois de plus appel à la métaphysique, à l'hypothèse d'une parenté quelconque de l'esprit fini avec l'esprit infini, la perfection divine, hypothèse arbitraire et dont la conclusion implique en outre contradiction, car on suppose que l'esprit fini et imparfait possède le caractère d'immutabilité qui dans l'esprit infini est lié à sa perfection. Dans notre conception au contraire, l'universalité et la nécessité des principes rationnels est garantie dans la mesure où elle peut l'être en dehors de toute hypothèse métaphysique, parce qu'il n'y a pour un esprit quelconque d'autre alternative que d'être guidé par ces principes ou de cesser d'exister.

Vu et lu
Lille, le 21 Août 1912.
LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES LETTRES
DE L'UNIVERSITÉ DE LILLE :
G. LEFÈVRE

Vu et permis d'imprimer
Lille, le 23 Août 1912.
Pour le Recteur,
L'INSPECTEUR D'ACADÉMIE DÉLÉGUÉ :
PELTIER

Lille. Imp. Camille Robbe.

